



МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Ион Акири Андрей Брайков Ольга Шпунтенко Людмила Урсу

Математика

Учебник



5

КЛАСС

EDITURA
PRUT

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА

Ион Акири Андрей Брайков Ольга Шпунтенко Людмила Урсу

Математика

Учебник

5
КЛАСС

EDITURA
PRUT

Manualul a fost aprobat prin ordinul Ministrului Educației al Republicii Moldova nr. 544 din 8 iunie 2015.

Manualul este elaborat conform curriculumului disciplinar și finanțat din sursele Fondului Special pentru Manuale.

Acest manual este proprietatea Ministerului Educației al Republicii Moldova.

Școala/Liceul				
Manualul nr.				
Anul de folosire	Numele și prenumele elevului	Anul școlar	Aspectul manualului	
			la primire	la returnare
1				
2				
3				
4				
5				

- Dirigințele clasei va controla dacă numele elevului este scris corect.
- Elevii nu vor face nici un fel de însemnări în manual.
- Aspectul manualului (la primire și la returnare) se va aprecia: *nou, bun, satisfăcător, nesatisfăcător*.

Toate drepturile asupra acestei ediții aparțin Editurii *Prut Internațional*.

Reproducerea integrală sau parțială a textului sau a ilustrațiilor din această carte este permisă doar cu acordul scris al editurii.

Autori: *Ion Achiri*, doctor, conferențiar universitar, IȘE (Capitolele 3, 5)

Andrei Braicov, doctor, conferențiar universitar, UST (Capitolul 6)

Olga Șpintenco, profesoară, grad didactic superior, Liceul Teoretic „Gaudeamus”, Chișinău (Capitolele 2, 4)

Ludmila Ursu, doctor, conferențiar universitar, UPS „Ion Creangă” (Capitolele 1, 7)

Comisia de evaluare:

Aliona Lașcu, profesoară, grad didactic I, Liceul Teoretic „Mihai Eminescu”, Chișinău

Ludmila Baș, profesoară, grad didactic superior, Liceul Teoretic „Constantin Stere”, Soroca

Galina Raico, profesoară, grad didactic superior, Liceul Teoretic „Aleksandr Pușkin”, Chișinău

Natalia Teleucă, profesoară, grad didactic superior, Liceul Teoretic „Aleksandr Pușkin”, Chișinău

Traducere din limba română: *Ludmila Ursu* (Capitolele 1, 7), *Antonina Erhan* (Capitolele 2, 3, 4, 5, 6)

Redactorul traducerii: *Larisa Nosacenco*

Corector: *Lora Mititelu*

Copertă: *Sergiu Stanciu*

Paginare computerizată: *Valentina Stratu*

Editura se obligă să achite deținătorilor de copyright, care încă nu au fost contactați, costurile de reproducere a imaginilor folosite în prezenta ediție.

© Editura *Prut Internațional*, 2015

© I. Achiri, A. Braicov, O. Șpintenco, L. Ursu, 2015

Editura *Prut Internațional*, str. Alba Iulia nr. 23, bl. 1 A, Chișinău, MD 2051

Tel.: (+373 22) 75 18 74; tel./fax: (+373 22) 74 93 18; e-mail: editura@prut.ro; www.edituraprut.md

Imprimat la F.E.-P. *Tipografia Centrală*. Comanda nr. 6387 (2015)

CZU 51(075.3)

M 34

ISBN 978-9975-54-219-7



Дорогие ребята!

В пятом классе вам предстоит развивать математические компетенции, которые помогут вам лучше понять окружающий мир, позволят эффективнее действовать в разных жизненных ситуациях, поддержат в формировании правильных ценностных отношений.

Изучая параграфы учебника, вы приобретете новые знания о числах, о геометрических фигурах и телах, об измерениях и мерах.

Решая примеры и задачи, расположенные по трем уровням сложности, вы постепенно научитесь применять приобретенные знания в различных ситуациях, относящихся к математике, к другим школьным наукам, к реалиям окружающего мира.

Чтобы было интереснее учиться, мы предлагаем вам обучающие игры и конкурсы, разнообразные познавательные по содержанию задания, более сложные задачи для будущих чемпионов математических олимпиад.

Чтобы в учебе стало легче, мы советуем вам развивать умение учиться: работать по учебнику самостоятельно, в парах или в группах, взаимно оценивать результаты учения.

Желаем вам интересной и успешной учебы!

Авторы

1

Натуральные числа. Повторение и дополнение

§1 Чтение и запись натуральных чисел

1. Арабские цифры

В этом учебном году вы влились в самый многочисленный отряд школьников нашей страны – учащихся гимназической ступени образования. Вместе с вами отряд гимназистов Республики Молдова насчитывает на сегодняшний день около **171 900** учащихся.



КЛАСС МИЛЛИАРДОВ				КЛАСС МИЛЛИОНОВ			КЛАСС ТЫСЯЧ			КЛАСС ЕДИНИЦ			← классы
сотни миллиардов	десятки миллиардов	миллиарды	единицы миллиардов	сотни миллионов	десятки миллионов	единицы миллионов	сотни тысяч	десятки тысяч	единицы тысяч	сотни	десятки	единицы	← разряды
							1	7	1	9	0	0	← цифры
							сто семьдесят одна тысяча			девятьсот			
НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО													

Что знаем? Что узнаем?

- Числа, полученные в результате счета, называют **натуральными числами**: 0 живых динозавров существует на Земле; 1 Солнце на небе; 5 пальцев на руке у человека; 100 сантиметров в одном метре; 232 страницы в этом учебнике и т. д.

- Заметим, что **0 – наименьшее натуральное число**. Можно ли найти наибольшее натуральное число? Если прибавить 1 к любому натуральному числу, каким бы большим оно ни было, то полученное число будет еще больше. Значит, **не существует наибольшего натурального числа**, а **ряд натуральных чисел бесконечен**: 0, 1, 2, 3, ...

Например: 23 и 24 – **последовательные натуральные числа**, так как $24 = 23 + 1$; 23 – число, **предшествующее** числу 24, а 24 – число, **последующее** числу 23.

Заметим, что **лишь нулю не предшествует другое натуральное число**, однако **любому натуральному числу последует другое натуральное число**.

• Как слова записывают буквами, так и числа записывают цифрами. Цифры **0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8** и **9** называют **арабскими** потому, что они были распространены по миру арабскими купцами около 1200 лет тому назад. Но придуманы были эти цифры тремя веками раньше в Индии. Тогда же были созданы правила записи натуральных чисел по разрядам и классам.

- **Разряд** – место цифры в записи натурального числа справа налево.
- **Класс** – каждая группа из трех последовательных разрядов, начиная с первого. Любой класс состоит из **единиц, десятков** и **сотен** первого из входящих в него разрядов.

За классом миллионов следуют классы миллиардов, триллионов, квадриллионов, квинтиллионов и т. д. Для облегчения чтения и записи числа между классами оставляют промежутки.

- Итак, натуральные числа образуются как **суммы разрядных слагаемых**:

$$2735 = 2 \times 1000 + 7 \times 100 + 3 \times 10 + 5.$$

2 тысячи 7 сотен 3 десятка 5 единиц

Задания для понимания

1. а) Прочитайте числа в каждом ряду:

- 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000, 10000000, 100000000, 1000000000;
- 110, 1001, 10010, 101110, 1011101, 10010111, 101000100, 1001010000;
- 37133073, 1703373, 717730, 13007, 7100.

б) Выберите: четырехзначные числа;

числа, записанные четырьмя различными цифрами.

в) Найдите числа, в записи которых цифра 1 стоит в разряде:

- | | | |
|-----------|-----------------|---------------------|
| единиц; | единиц тысяч; | единиц миллионов; |
| десятков; | десятков тысяч; | десятков миллионов; |
| сотен; | сотен тысяч; | сотен миллионов. |

В каком из данных чисел цифра 1 стоит в другом разряде? Назовите этот разряд.



На каком месте в записи натурального числа не может стоять цифра 0?

2. Кто из учащихся называет последовательные классы?

Что называет другой учащийся?

единицы, тысячи, миллионы, миллиарды и т. д.

единицы, десятки, сотни, тысячи и т. д.



3. а) Прочитайте и запишите натуральные числа арабскими цифрами.

- Самое высокое в мире здание – отель „Дубайская башня“. Его официальное открытие состоялось четвертого января две тысячи десятого года. Это впечатляющее строение высотой в восемьсот двадцать восемь метров искрится на солнце благодаря покрытию из двадцати восьми тысяч шестидесяти одной стеклянной панели.

- Самая большая колония муравьев была обнаружена в Японии на острове Хоккайдо: триста шесть миллионов муравьев на миллион восемьдесят тысяч муравьиных маток в сорока пяти тысячах сообществующих между собой муравейниках.



б) Опишите записанные числа по образцу.

Образец: 45 604.

- Читаем: сорок пять тысяч шестьсот четыре.
- Это натуральное число класса тысяч, порядка десятков тысяч.
- Это пятизначное число. В его записи использованы цифры: 4; 5; 6; 0.
- Разложив его как сумму разрядных слагаемых, получим:
 $4 \times 10\,000 + 5 \times 1\,000 + 6 \times 100 + 0 \times 10 + 4$.
- В натуральном ряду чисел ему предшествует число 45 603 и последует число 45 605.

2. Римские цифры

Что знаем? Что узнаем?

- Винтик и Шпунтик считали щенят.



один, два, три
1, 2, 3



первый, второй, третий
I, II, III

Кто из них считал, задав себе вопрос *сколько*? Какой вопрос задал себе при счете другой коротышка?

Кто из них писал арабскими цифрами? Знаете, какие цифры использовал другой?

Римские цифры представляют собой прописные буквы латинского алфавита:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Эти цифры придуманы в Древнем Риме, и в Европе ими начали пользоваться прежде, чем арабскими. В наше время римские цифры используют для записи порядковых числительных, для обозначения тысячелетий и веков, а также в различных надписях.

Применяем и объясняем

Чтобы прочесть число, записанное римскими цифрами, выполняем арифметические действия: вычитание, сложение или умножение.

- Если значение предыдущей цифры меньше, то выполняем действие вычитания. В остальных случаях выполняем сложение.

$$\text{IV} \rightarrow 5 - 1 = 4$$

$$\text{VI} \rightarrow 5 + 1 = 6$$

$$\text{II} \rightarrow 1 + 1 = 2$$

$$\text{XL} \rightarrow 50 - 10 = 40$$

$$\text{LX} \rightarrow 50 + 10 = 60$$

$$\text{XXX} \rightarrow 10 + 10 + 10 = 30$$

- Если цифра стоит между двумя цифрами большего значения, то сначала выполняем вычитание, затем – сложение.

$$\text{XIV} \rightarrow 10 + (5 - 1) = 14$$

$$\text{DXL} \rightarrow 500 + (50 - 10) = 540$$

- Если над цифрой или над группой цифр проведена горизонтальная черта, то выполняем умножение на 1000.

$$\overline{\text{X}} \rightarrow 10 \times 1000 = 10\,000$$

$$\overline{\text{XL}} \rightarrow 40 \times 1000 = 40\,000$$

Чтобы записать число римскими цифрами, раскладываем его как сумму значений подходящих римских цифр.

$$\begin{array}{ccc} \text{X} & \text{V} & \text{I} \\ 16 = 10 + 5 + 1 & \longrightarrow & \text{XVI} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{X} & \text{X} & \text{IX} \\ 29 = 10 + 10 + (10 - 1) & \longrightarrow & \text{XXIX} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc} \text{D} & \text{C} & \text{V} & \text{I} & \text{I} \\ 407 = (500 - 100) + 5 + 1 + 1 & \longrightarrow & \text{CDVII} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} \text{L} & \text{X} & \text{I} & & \text{C} & \text{L} \\ 61\,150 = (50 + 10 + 1) \times 1000 + (100 + 50) & \longrightarrow & \overline{\text{LXICL}} \end{array}$$

- После цифр V, L, D нельзя писать цифру большего значения.
- Цифры I, X, C и M могут повторяться не более трех раз подряд.

Задания для понимания

1. Прочитайте имена некоторых господарей Молдовы и периоды их правления:
 - Богдан I: XIV век, 1359–1365 гг;
 - Иоанн II: XVI век, 1561–1563 гг;
 - Стефан VI Рареш: XVI век, 1551–1552 гг;
 - Стефан IX Томша: XVII век, 1611–1615 гг и 1621–1623 гг.



Подберите и представьте похожую информацию.

2. Запишите римскими цифрами:

- все натуральные числа от 1 до 18;
- все натуральные числа, состоящие из круглых десятков, затем для каждого из них запишите предшествующее и последующее число;
- век, в котором мы живем, и текущий год.

Возьмите на заметку

- Нуль нельзя записать римскими цифрами.
- Арабские цифры изменяют значение в зависимости от занимаемого места в записи числа. Например, в числе 232 цифра 2 принимает один раз значение двух единиц, а второй раз значение двух сотен. Римские цифры не обладают таким свойством. Где бы в числе ни стояла, например цифра X, ее значение всегда – десять.

Упражнения и задачи

- Прочитайте числа: 703; 5 036; 12 450; 36 007; 140 810; 900 003; 2 146 500; 5 033 080; 12 489 211; 499 580 060; 1 111 111 111; 3 205 000 840; 75 024 010 000.
- Назовите для каждого данного числа предшествующее и последующее ему число: 1 310; 5 099; 9 999; 20 000; 99 999; 340 500; 1 000 000; 1 000 000 000.
- Запишите числа, используя только арабские цифры:
2 тысячи 4 десятка; 1 миллион 5 сотен тысяч 6 сотен 2 десятка;
3 десятка тысяч 6 сотен 5; 4 миллиона 4 тысячи 4;
163 тысячи; 29 миллионов 3 десятка тысяч 728.
 Уточните, в каком разряде стоит цифра 0 в каждом из этих чисел.
К какому классу принадлежат числа, записанные в первом столбце?
Числа во втором столбце?
- Сколько нулей в записи числа: десять; сто; тысяча; миллион; миллиард?
 - Какое натуральное число записывается единицей, за которой следуют: 4 нуля; 5 нулей; 7 нулей; 8 нулей?
 Приведите примеры других натуральных чисел, в записи которых: 2 нуля; 3 нуля; 4 нуля; 5 нулей.
- Найдите и исправьте ошибки, которые допустил Нэтэфляцэ.
 - Это число принадлежит к классу миллиардов.
 - В сотнях числа стоит цифра 0.
 - Это число порядка десятков миллиардов.
 - В первом разряде стоит цифра 2.
 - Число записано восемью цифрами.
 - 25 354 069 – число, предшествующее данному числу.

25 354 068


- Запишите арабскими цифрами числа: III; VIII; XX; XIX; XXXIV; XXVII.



7. Найдите натуральное число, зная предшествующее ему число: 3 459; 7 899; 50 500; 199 999; 3 000 999.
8. Найдите натуральное число, зная последующее ему число: 11 000; 60 000; 200 020; 1 345 799.
9. Запишите арабскими цифрами числа, разложенные как суммы разрядных слагаемых:
- а) $3 \times 10 + 8;$
 $4 \times 10 + 5;$
- б) $6 \times 100 + 2 \times 10 + 1;$
 $8 \times 100 + 4 \times 10 + 9;$
- в) $5 \times 100 + 7 \times 10;$
 $3 \times 100 + 2;$
- г) $4 \times 1000 + 8 \times 100 + 1 \times 10 + 2;$
 $7 \times 1000 + 3 \times 100 + 9 \times 10 + 5;$
 $1 \times 1000 + 1 \times 100 + 3 \times 10;$
 $6 \times 1000 + 2;$
- д) $4 \times 10000 + 6 \times 1000 + 2 \times 100 + 2 \times 10 + 3;$
 $8 \times 10000 + 9 \times 1000 + 3 \times 10 + 6;$
 $5 \times 100000 + 2 \times 10000 + 7 \times 1000 + 2 \times 100;$
 $3 \times 1000000 + 6 \times 100000 + 4 \times 10000 + 9 \times 1000 + 5.$
10. Представьте числа в виде суммы разрядных слагаемых: 47; 295; 9 247; 6 803; 42 017; 824 009; 3 620 050.
11. Запишите два натуральных числа, используя лишь цифры 8 и 9. Уточните, к какому классу принадлежит каждое из записанных чисел.
-  Что или кого можно было бы сосчитать, чтобы в результате получить эти числа?
12. Выявите закономерность и найдите все натуральные числа, которые могут следовать в ряду чисел:
- а) 666 666, 555 555, 444 444; б) 666 666, 55 555, 4 444;
в) 9999 991, 9999 919, 9999 199; г) 999 999 991, 99 999 991, 9999 991.
13. Запишите арабскими цифрами числа:
LI; LXV; XCV; DC; CM; CVI; CCLV; MCC; \overline{XX} ; \overline{L} .



14. Найдите все натуральные числа, которые:
- а) принадлежат к классу единиц и записаны лишь цифрой 1;
б) принадлежат к классу тысяч и записаны лишь цифрой 2;
в) принадлежат к классу миллионов и записаны лишь цифрой 7.
15. Найдите все трехзначные натуральные числа, в записи которых встречаются лишь числа:
- а) 1 и 2; б) 1 и 0; в) 4, 5 и 0; г) 4, 5 и 1.
16. Запишите как можно больше чисел, используя лишь римские цифры:
- а) X, V и I; б) X, L и I; в) C, D и M.

§ 2 Сравнение, упорядочивание и приближение натуральных чисел

1. Сравнение и упорядочивание натуральных чисел

Исследуем и узнаем

• За предыдущую контрольную работу Шпунтик получил отметку 8. Накануне новой контрольной члены его семьи строили прогнозы.

Вначале допустили, что теперь Шпунтик получит отметку a . Затем каждый записал свой прогноз о том, какой будет новая отметка по отношению к предыдущей.

Папа: $a = 8$
равно

Мама: $a \neq 8$
не равно

Брат: $a < 8$
меньше

Сестра: $a > 8$
больше



Дедушка: $a \leq 8$
не больше, то есть
меньше или равно

Бабушка: $a \geq 8$
не меньше, то есть
больше или равно

• Шпунтик получил отметку 9. Чьи прогнозы сбылись?

$$9 \neq 8$$

$$9 > 8$$

$$9 \geq 8$$

• Чьи прогнозы сбылись бы, если бы Шпунтик получил:

а) отметку 7; б) отметку 8?

Что знаем? Что узнаем?

• Натуральные числа обозначают строчными латинскими буквами: a , b , n , m и др.

• Любые два натуральных числа либо равны друг другу, либо не равны (отличны друг от друга).

То, что натуральные числа a и b равны между собой, записывается как **равенство**:

$$a = b$$

равно

То, что натуральные числа a и b не равны между собой, можно записать по-разному:

$$a \neq b$$

не равно

строгие неравенства
 $a < b$ или $a > b$
меньше больше

нестрогие неравенства
 $a \leq b$ или $a \geq b$
меньше
или равно больше
или равно

• То, что натуральные числа a, b, c упорядочены в порядке возрастания, означает, что они расположены от наименьшего к наибольшему: $a < b < c$.

Упорядочение в порядке убывания предполагает расположение чисел от наибольшего к наименьшему: $a > b > c$.

Задания для понимания

1. Выявите истинные неравенства.

$$\begin{array}{cccc} 1\ 540 < 15\ 400 & 7 \leq 10 & 42 \leq 12 & 8 \leq 8 \\ 3\ 027 > 3\ 207 & 7 \geq 9 & 36 \geq 33 & 4 \geq 4 \end{array}$$

2. Назовите все натуральные числа, которые:

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------|
| а) меньше шести; | д) содержатся между 80 и 75; |
| б) меньше либо равны четырем; | е) следуют от 9 098 до 9 101; |
| в) однозначны и больше пяти; | ж) содержатся между 107 и 112; |
| г) двузначны и больше либо равны 97; | з) следуют от 10 000 до 9 996. |

3. Сравните числа. Обоснуйте ответы.

2 345 и 23 450;		292 483 и 292 491;
46 072 и 27 985;		500 608 и 50 603;
345 112 и 341 526;		11 234 и 11 234.



Выберите числа порядка десятков тысяч и запишите их в порядке возрастания.

Выберите числа порядка сотен тысяч и запишите их в порядке убывания.

2. Представление ряда натуральных чисел на числовой оси

Исследуем и узнаем

Как построить числовую ось



- Проведем прямую и отметим на ней точку O – **начало оси**.
- Обозначим стрелкой **направление оси**.
- От начала и по направлению оси отложим ряд последовательных отрезков равной длины. Эту длину будем считать **единицей измерения** на оси, а построенные отрезки назовем **единичными**.
- Запишем под каждой из полученных на оси точек число единичных отрезков: от начала оси до соответствующей точки. Это число выражает (в единицах измерения на оси) расстояние от начала оси до соответствующей точки и называется **координатой точки**. Например, на рисунке выше: точка A с координатой 4. Пишем $A(4)$.

Представление на числовой оси облегчает сравнение натуральных чисел: меньшее число расположено на оси левее большего числа.



Вы уже встречали числовую ось при изучении истории в IV классе. Вспомните, как называется ось, на которой располагают исторические события в хронологическом порядке. В чем может помочь эта ось?

Применяем и объясняем

- Объясните на числовой оси свойства ряда натуральных чисел:
 - 0 – наименьшее натуральное число;
 - за любым натуральным числом n следует другое натуральное число $n + 1$;
 - любому ненулевому (отличному от 0) натуральному числу n предшествует другое натуральное число $n - 1$.
- Объясните на оси свойства числовых неравенств:
 - если $a < b$, то $b > a$;
 - если $a < b$, а $b < c$, то $a < c$;
 - если $a > b$, а $b > c$, то $a > c$.

Задания для понимания

- Представьте на оси точки, координатами которых являются:
 - числа $8, 12, 15$;
 - числа не больше пяти;
 - однозначные числа не меньше пяти.
- Определите единичный отрезок на каждой оси. Запишите координаты точек, обозначенных буквами.
 -
 -
 -
- Подберите подходящий единичный отрезок и представьте на оси:
 - числа $3, 11, 18$;
 - все натуральные числа меньше или равные 100 и составленные из круглых десятков;
 - все натуральные числа меньше или равные 1000 и составленные из круглых сотен;
 - все натуральные числа меньше или равные 10000 и составленные из круглых тысяч.

3. Приближение натуральных чисел

Исследуем и узнаем

• Раз в 10 лет в нашей стране проводится перепись населения – регистрация данных о количестве жителей. По данным переписи 2004 г., в селе Спикоаса Кагульского района было зарегистрировано 252 жителя.

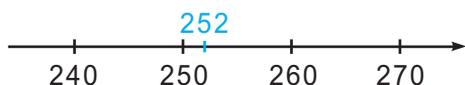
• Объясните, почему это число может варьировать. Какие цифры в этом числе могли бы, скорее всего, измениться через: несколько дней; несколько месяцев; год?

• Чтобы учесть возможные изменения, выполним **приближение числа** жителей путем его **округления**:

до ближайшего десятка

или

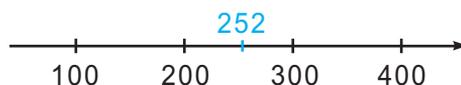
до ближайшей сотни



$$252 \approx 250$$

приблизительно равно

Получили число, меньше данного ($250 < 252$). Поэтому говорим, что **округлили по недостатку**.



$$252 \approx 300$$

приблизительно равно

Получили число, больше данного ($300 > 252$). Поэтому говорим, что **округлили с избытком**.

Возьмите на заметку

- Выполнить приближение – означает найти ближайшие значения.
- Приближение натурального числа выполняется путем его округления до какого-либо разряда.
- Чтобы округлить натуральное число до определенного разряда:
 - заменяем нулями все цифры справа от данного разряда;
 - если первая из этих цифр 5, 6, 7, 8 или 9, то прибавляем единицу к данному разряду (округляем с избытком); в остальных случаях не изменяем цифру в данном разряде (округляем по недостатку).

Применяем и объясняем

1. Примените подходящим образом числовую ось и округлите каждое число:
- а) до ближайшего десятка

32

97

734

306

455

998

3 651

2 019

б) до ближайшей сотни

286 742 453 612 95 971 2425 5505

в) до ближайшей тысячи

1452 2084 6903 9500 35680 41725

г) до ближайшего десятка тысяч

24538 37290 142873 906609

2. Найдите все возможные приближенные значения числа жителей:

а) района Бричень ;

б) района Яловень ;

в) района Тараклия .



Упражнения и задачи



1. Выявите истинные неравенства:

а) $7\,908 > 7\,899$;

$15\,472 < 15\,462$;

$268\,500 < 268\,730$;

б) $3\,540 > 35\,400$;

$28\,309 < 29\,039$;

$561\,004 > 651\,004$;

в) $7\,564\,361 \leq 7\,564\,361$;

$10\,030\,000 \leq 10\,300\,000$;

г) $4\,890\,989 \geq 4\,890\,989$;

$4\,000\,400 \geq 6\,000\,600$.

2. Запишите в порядке возрастания все натуральные числа:

а) больше числа 9995, но меньше числа 10010;

б) содержащиеся между числами 1100997 и 1101003.

3. Отметьте на оси точки, координатами которых являются натуральные числа:

а) 4, 9, 11;

б) от 2 до 12;

в) содержащиеся между числами 12 и 18.

4. Округлите каждое из данных чисел до разряда:

а) десятков; б) сотен; в) тысяч.

4275

80973

115046



5. Дополните таблицу.

Число	20 500			4 000 000		
Предшествующее число		100 999			1 110 000	
Последующее число			124 990			1 000 000 000

6. Запишите наибольшее, затем наименьшее натуральное число:
 а) однозначное; б) двузначное; в) трехзначное;
 г) четырехзначное; д) шестизначное.

7. Дополните подходящими числами.

$$745\,320 > \square \quad 468 = \square \quad \square > 12 \quad 42 \geq \square \quad \square \geq 18$$

$$357\,608 < \square \quad \square = 2\,065 \quad \square < 29 \quad 350 \leq \square \quad \square \leq 10$$

8. Поставьте знаки сравнения. Найдите все возможные варианты.

3 ● 8		4 569 ● 459
19 ● 9		5 473 ● 5 473
38 ● 38		380 ● 298

9. Назовите все натуральные числа:

- а) меньше числа 10, но больше числа 5;
 б) больше числа 37, но меньше числа 42;
 в) меньше или равные 6, но больше числа 2;
 г) больше или равные 20, но меньше числа 27.



Опишите по-другому каждый полученный ряд чисел.

10. Опишите ряд чисел по образцу предыдущего задания:

- а) 2, 3, 4; б) 10, 11, 12, 13, 14; в) 100, 101, 102, 103, 104.

11. Запишите наименьшее, затем наибольшее из всех трехзначных чисел с цифрой 2 в разряде:

- а) единиц; б) десятков; в) сотен.

12. Выполните подходящим образом приближение чисел.

- Расстояние от Земли до Луны составляет 384 000 км.
- Високосный год длится 31622 400 секунд.
- На 10 июля 2015 года численность населения Земли составляла около 7 327 555 000 человек.

13. Дополните подходящими цифрами, чтобы числа в ряду следовали в порядке: а) возрастания: 2 486, 2 48 \square , 2 4 \square 0, 2 \square 15;

- б) убывания: 4 850, 4 8 \square 6, 4 8 \square 8, 4 \square \square 9.

14. Приведите пример пяти последовательных натуральных чисел и опишите их, используя выражения:

- а) меньше, чем ...; б) больше, чем ...;
 в) больше, чем ..., но меньше, чем ...;
 г) больше или равны ..., но меньше или равны ...;
 д) меньше либо равны ...; е) больше либо равны ...;
 ж) содержащиеся между числами ... и ...; з) от ... до ...

15. Найдите наименьшее, затем наибольшее из натуральных чисел в классе:
 а) единиц; б) тысяч; в) миллионов; г) миллиардов.
16. Замените каждый квадрат цифрой 2 или 5 так, чтобы получить истинные неравенства.
 а) $2 \square \square 5 < 2 \square 2 \square$ в) $5 \square \square 5 > 5 \square 5 \square$ д) $2 \square \square 5 \geq 2 \square 5 \square$
 б) $\square \square 22 < 5 \square \square 2$ г) $2 \square 2 \square > 2 \square 2 \square$ е) $25 \square \square \leq \square \square 25$
17. Запишите все натуральные числа, которые при округлении до десятков дают:
 а) 30, и округление выполняется по недостатку;
 б) 70, и округление выполняется с избытком;
 в) 100, и округление выполняется по недостатку;
 г) 240, и округление выполняется с избытком.
18. Аня и Нику живут на улице Садовой. Определите адрес, по которому проживает:
 а) Аня, если номер ее дома – это наибольшее из всех натуральных чисел, при округлении которых до десятков получается 20 и округление выполняется по недостатку;
 б) Нику, если номер его дома – это наименьшее из всех натуральных чисел, при округлении которых до десятков получается 20 и округление выполняется с избытком.
19. **Работа в группах.** Составьте таблицу и впишите данные о составе симфонического оркестра.
 Установите и опишите различными способами отношения сравнения между данными.

Струнные инструменты



скрипка

19



альт

6



виолончель

6



контрабас

4



арфа

1

Ударные инструменты



ударная установка

1

Духовые инструменты



флейта

2



гобой

3



кларнет

3



фагот

3



труба

3



тромбон

3



туба

1

§ 3 Сложение и вычитание натуральных чисел

1. Сложение натуральных чисел

Исследуем и узнаем

- Решите задачу.

Запишите решение примером.

По данным Национального Бюро Статистики Республики Молдова, на 1 января 2015 года в городе Кахул зарегистрировано около 39600 жителей, в муниципии Бэлць – около 150200 жителей, в городе Сорока – 37600 жителей, а в муниципии Кишинэу – примерно на 582000 жителей больше, чем вместе в Кахул, Бэлць и Сорока. Сколько примерно жителей было зарегистрировано в столице нашей страны на 1 января 2015 года?



Какие слова в тексте задачи обосновывают выполнение каждого из действий? Какие другие слова могли бы обосновать действие сложения?

Прочитайте пример, которым записано решение задачи, не называя знак сложения. Укажите слагаемые и сумму в каждом выполненном действии сложения.

- Сумма двух или более натуральных чисел – тоже натуральное число.
- Числа, которые складывают, называются **слагаемыми**.
- Словом **сумма** называют как число, полученное в результате действия сложения, так и запись слагаемых, соединенных знаком плюс (+).

слагаемые

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ a + b = c \\ \nwarrow \quad \nearrow \\ \text{сумма} \end{array}$$

Свойства сложения

1. Переместительный закон

$$3 + 2 = 2 + 3$$

От перестановки мест слагаемых сумма не меняется.

$$a + b = b + a,$$

для любых натуральных чисел a и b .

2. Сочетательный закон

$$(3 + 2) + 4 = 3 + (2 + 4)$$

При любом сочетании слагаемых сумма не меняется.

$$(a + b) + c = a + (b + c),$$

для любых натуральных чисел a , b и c .

3. Нейтральный элемент 0

$$2 + 0 = 0 + 2 = 2$$

Прибавление нуля не влияет на результат сложения.

$$a + 0 = 0 + a = a,$$

для любого натурального числа a .



Герб муниципия Кишинэу

Применяем свойства сложения

1. Дополните числами так, чтобы получить истинные равенства. Назовите соответствующие свойства сложения.

а) $346 + \square = 289 + 346$

б) $4\,258 + \square = 4\,258$

в) $(547 + \square) + 629 = 547 + (364 + 629)$

2. Вычислите, сочетая слагаемые удобным способом.

а) $254 + 89 + 11$

б) $899 + 576 + 201$

в) $555 + 3\,010 + 445 + 5\,090$

$145 + 55 + 598$

$391 + 280 + 220 + 109$

$2\,005 + 768 + 32 + 995 + 19$

2. Вычитание натуральных чисел

Исследуем и узнаем

• Используя приведенную информацию, составьте задачи, решаемые действием вычитания. Запишите примером решение каждой задачи.



„Кенгуру“ – самый популярный в мире математический конкурс.

В 2009 году в этом конкурсе соревновались 5 571 560 учащихся со всего мира, а в 1994 году, когда этот конкурс проводился впервые, в нем приняли участие на 5 006 460 учеников меньше.

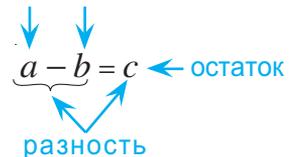
В 1994 году в „Кенгуру“ приняли участие 500 школьников из Республики Молдова, а в 2009 году их было уже 33 667.



Прочитайте каждый из составленных примеров, не называя знак вычитания.

Укажите компоненты и результат каждого выполненного действия вычитания.

уменьшаемое вычитаемое



• **Вычитание – это действие, обратное сложению.**

$$5 - 3 = 2$$

$$2 + 3 = 5$$

Сложение и вычитание – взаимнообратные действия.

$$a - b = c$$

$$c + b = a$$

Если a и b – натуральные числа и $a \geq b$, то их разность – это натуральное число c , для которого $c + b = a$.

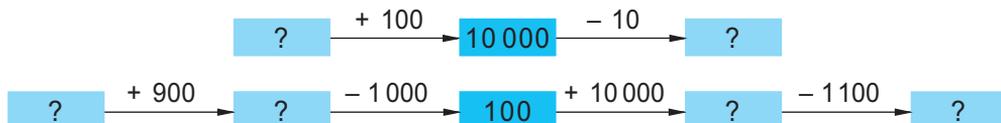
Вспомните! Порядок выполнения действий

• Если в примере без скобок встречаются лишь действия сложения или вычитания, то их выполняют в порядке их следования в записи.

• В примерах со скобками сначала выполняют действия в скобках.

Применяем взаимосвязь сложения и вычитания

1. Дополните каждую цепочку отсутствующими числами.



2. Найдите числовое значение каждой буквы. Поясните по образцу.

$$E - 2\,317 = 2\,317$$

$$201\,000 - \text{Ш} = 199\,905$$

$$И + 852 = 10\,000$$

$$2004 + E = 100\,000$$

$$2361 - \text{Ы} = 2\,085$$

$$Н - 49 = 5\,071$$

$$104\,685 - M = 104\,685$$

$$Л - 1\,067 = 933$$

Запишите буквы в порядке возрастания значений и узнаете, развитию чего способствует изучение математики.

Образец: $И + 852 = 10\,000$.

$И$ – неизвестное слагаемое.

Чтобы его найти, из суммы 10 000 вычтем известное слагаемое 852.

Упражнения и задачи



1. Выполните действия: $48 + 452$; $500 + 2605$; $19527 + 500$;
 $1100 - 600$; $500 - 370$; $4444 - 500$.



Чем является число 500 в каждом из выполненных действий?

2. Вычислите, сочетая слагаемые удобным способом.

$$65 + 84 + 35 + 44 + 56 + 16$$

$$27 + 295 + 94 + 105 + 23 + 206$$

$$418 + 315 + 99 + 455 + 82 + 501$$

$$2\,040 + 1\,580 + 8\,060 + 5\,674 + 1\,420$$

3. **Круговые примеры.** Решите первый пример, затем тот, который начинается с полученного числа. Продолжив таким образом, вы вернетесь обратно к первому примеру.

$$1095 + 307 - 52 = \text{_____}$$

$$10\,000 - (4\,405 + 4\,500) = \text{_____}$$

$$2\,510 - 1\,092 + 8\,582 = \text{_____}$$

$$3\,030 + 1\,947 - 2\,467 = \text{_____}$$

$$1\,350 - 870 - 283 = \text{_____}$$

$$197 + 2\,330 + 503 = \text{_____}$$



4. Дано число 5 555. Запишите число:

а) больше данного на 5 единиц;

д) больше данного на 5 сотен;

б) меньше данного на 5 единиц;

е) меньше данного на 5 сотен;

в) больше данного на 5 десятков;

ж) больше данного на 5 тысяч;

г) меньше данного на 5 десятков;

з) меньше данного на 5 тысяч.



Кто найдет самый эффективный способ вычисления суммы всех полученных чисел?

5. Богатыри Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алеша Попович купили по кольчуге. В кольчуге Ильи Муромца – 745 колец, в кольчуге Добрыни Никитича – 497 колец, а в кольчуге Алеши Поповича – 218 колец.

Сформулируйте по-разному вопрос задачи соответственно ее решению:

а) $745 - 497$

б) $745 - (497 + 218)$

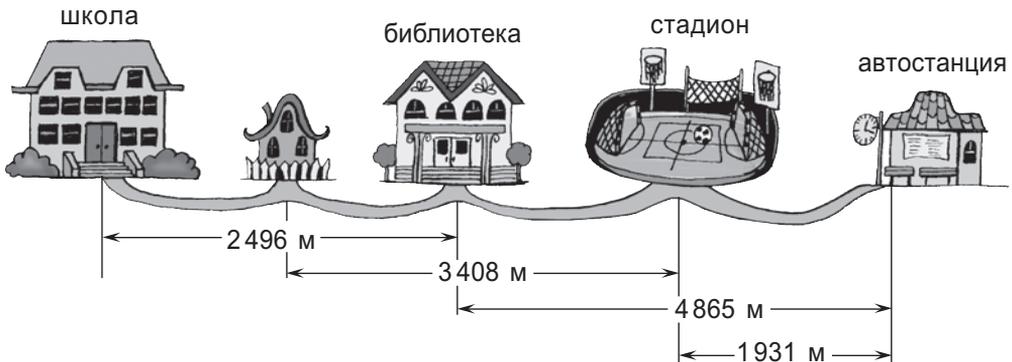


Округлите до сотен число колец в кольчуге Ильи Муромца. Полученное число больше или меньше данного? На сколько?

6. Дополните таблицу. Поясните ход рассуждений.

a	367 025	15 463		408 467
b	89 127		180 800	
$a + b$		18 525		
$a - b$			144 334	28 674

7. Составьте и решите задачи по рисунку.



8. Сравните не вычисляя. Поясните ход рассуждений.

$999 + 555$ $999 - 555$

$555 + 777$ $777 + 555$

$888 + 222$ $999 + 222$

$444 + 888$ $444 + 999$

$999 + 333$ $777 + 333$



$222 - 88$ $333 - 88$

$555 - 77$ $111 - 77$

$400 - 55$ $400 - 99$

$900 - 66$ $900 - 33$

9. Вычислите сумму чисел 40 и 70. Как нужно изменить одно их слагаемых, чтобы сумма:

а) увеличилась на 5;

б) уменьшилась на 5?

10. Вычислите разность чисел 100 и 30. Как нужно изменить уменьшаемое, чтобы остаток:

а) увеличился на 8;

б) уменьшился на 8?

11. Вычислите разность чисел 200 и 15. Как нужно изменить вычитаемое, чтобы остаток: а) увеличился на 10; б) уменьшился на 10?
12. Вычислите сумму чисел 89 и 91. Как можно изменить одновременно слагаемые, чтобы сумма не изменилась?
13. Вычислите разность чисел 73 и 25. Как можно изменить одновременно уменьшаемое и вычитаемое, чтобы остаток не изменился?
14. Лилипуты пошили одежду для Гулливера. На рубашку пошло 100 лилипутских рулонов ткани. Узнайте, сколько рулонов использовали на пошив других предметов одежды, если:
- на рубашку пошло на 50 рулонов меньше, чем на брюки;
 - на рубашку пошло на 50 рулонов больше, чем на жилет;
 - на сюртук пошли все оставшиеся из 500 рулонов, которые были вначале на складе.



15. Выявите закономерность и найдите следующее число в каждом ряду:
- а) 125, 152, 179, 206; б) 125, 152, 215, 251;
- в) 8765, 8756, 8747; г) 8765, 8756, 8576;
- д) 90, 100, 120, 150, 190; е) 1000, 999, 997, 994, 990;
- ж) 91, 92, 82, 83, 73, 74; з) 50, 40, 140, 130, 230, 220, 320.
16. Вычислите и запишите примером:
- а) число на 34 больше, чем разность чисел 80 и 55;
- б) число на 26 меньше, чем сумма чисел 75 и 49;
- в) увеличенную на 900 сумму чисел 135, 165 и 800;
- г) разность чисел 300 и 124, уменьшенную на 67;
- д) сумму числа 400, предшествующего и последующего ему чисел;
- е) сумму наименьшего и наибольшего из всех пятизначных чисел;
- ж) разность наибольшего и наименьшего из всех чисел класса тысяч.
17. Выполните графическую схему с помощью отрезков и найдите:
- а) два натуральных числа, сумма которых равна 110, а разность – 60;
- б) три последовательных натуральных числа, которые в сумме дают 36.



18. Математический ребус



$$\begin{array}{r} ААААА + \\ УЮУЮУ \\ \hline АААААА \end{array}$$



§ 4 Умножение натуральных чисел

1. Свойства умножения

Исследуем и узнаем

• Прочитайте информацию. Установите соответствие между вопросами и решениями, затем вычислите.

Библиотекарь подготовила для каждого пятиклассника по 7 учебников и одному задачнику. Девочки, их было 19, получили книги в первый же школьный день, а мальчики решили пойти в библиотеку на следующий день.

Сколько учебников выдала библиотекарь девочкам 1-го сентября?

Сколько задачников было выдано девочкам?

Сколько всего книг было выдано девочкам?

На сколько больше учебников, чем задачников, получили девочки?

Сколько учебников было выдано мальчикам 1-го сентября?

$$0 \times 7$$

$$\underbrace{7+7+7+\dots+7+7}_{19 \text{ раз}}$$

$$19 \times 1$$

$$19 \times (7 + 1)$$

$$19 \times 7$$

$$19 \times (7 - 1)$$

$$(19 \times 7) + (19 \times 1)$$

$$(19 \times 7) - (19 \times 1)$$

- Умножение – это сложение равных слагаемых. Результат умножения нуля на любое число считают равным нулю. Результат умножения единицы на любое число считают равным этому числу.
- Результат умножения двух или более натуральных чисел – тоже натуральное число.
- Числа, которые перемножают, называются **множителями**.
- Словом **произведение** называем как число, полученное в результате умножения, так и запись множителей, соединенных знаком умножения (\times или \cdot).

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2$$

$$0 \times a = 0$$

$$1 \times a = a$$

множители

$$a \cdot b = c$$

произведение

Вспомните. Порядок выполнения действий

Если в примере без скобок встречаются действия сложения, вычитания, умножения, то сначала выполняют все действия умножения, затем выполняют действия сложения и вычитания в порядке их следования в записи.

Свойства умножения

1. Переместительный закон

$$3 \cdot 2 = 2 \cdot 3$$

От перестановки мест множителей произведение не меняется.

$$a \cdot b = b \cdot a,$$

для любых натуральных чисел a и b .

2. Сочетательный закон

$$(3 \cdot 2) \cdot 4 = 3 \cdot (2 \cdot 4)$$

При любом сочетании множителей произведение не меняется.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c),$$

для любых натуральных чисел a , b и c .

3. Нейтральный элемент 1

$$2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 = 2$$

Умножение на 1 не влияет на результат умножения.

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a,$$

для любого натурального числа a .

4. Распределительный закон умножения относительно сложения и вычитания

$$2 \cdot (7 + 3) = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 3$$

Чтобы умножить число на сумму, можно умножить его на каждое слагаемое, затем сложить полученные произведения.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c,$$

для любых натуральных чисел a , b и c .

$$2 \cdot (7 - 3) = 2 \cdot 7 - 2 \cdot 3$$

Чтобы умножить число на разность, можно умножить его на уменьшаемое и на вычитаемое, затем вычесть полученные произведения.

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c,$$

для любых натуральных чисел a , b , c ($b \geq c$).



Какими из этих свойств обладает и другое арифметическое действие?

Применяем свойства умножения

1. Дополните числами так, чтобы получить истинные равенства. Аргументируйте.

а) $35 + 35 + 35 = \square \cdot 35$

$$4 \cdot 72 = \square + \square + \square + \square$$

в) $\square \cdot 1 = 369$

$$487 \cdot \square = 487$$

б) $37 \cdot 52 = 52 \cdot \square$

$$39 \cdot \square = 45 \cdot 39$$

г) $936 \cdot \square = 0$

$$0 \cdot \square = 0$$

$$43 \cdot (62 \cdot \square) = (43 \cdot 62) \cdot 24$$

$$24 \cdot 36 \cdot \square \cdot 175 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{д) } 38 \cdot (72 + 54) &= 38 \cdot \square + 38 \cdot \square \\ (29 + 15) \cdot 46 &= 29 \cdot \square + 15 \cdot \square \\ 73 \cdot (\square + \square) &= \square \cdot 24 + \square \cdot 68 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{е) } (80 - 25) \cdot \square &= 80 \cdot \square - 25 \cdot \square \\ 5 \cdot (121 - 42) &= 5 \cdot \square - 5 \cdot \square \\ (243 - 96) \cdot \square &= 243 \cdot \square - \square \cdot \square \end{aligned}$$

2. Вычислите и поясните, опираясь на сочетательный закон умножения.

$$\begin{array}{l} 30 \cdot 60 \\ 60 \cdot 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 12 \cdot 400 \\ 700 \cdot 110 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3000 \cdot 15 \\ 300 \cdot 15000 \end{array}$$

Образец: $4 \cdot 200 = 4 \cdot (2 \cdot 100) = (4 \cdot 2) \cdot 100 = 8 \cdot 100 = 800.$



Сформулируйте правило умножения натуральных чисел, оканчивающихся нулями.

3. Вычислите, представив удобным способом один из множителей. Какое свойство умножения нужно применить?

$52 \cdot 9$

$77 \cdot 99$

$36 \cdot 999$

$24 \cdot 11$

$68 \cdot 101$

$96 \cdot 110$

$84 \cdot 1010$

$17 \cdot 1002$

Указания: $43 \cdot 9 = 43 \cdot (10 - 1)$
 $43 \cdot 11 = 43 \cdot (10 + 1)$

2. Общий множитель

Исследуем и узнаем

Рассмотрите равенства, выражающие распределительный закон умножения относительно сложения и вычитания.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \text{ для любых натуральных чисел } a, b, c.$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c, \text{ для любых натуральных чисел } a, b, c \text{ (} b \geq c \text{)}.$$

Говорим: **Раскрываем скобки.**

Примеры:

$2 \cdot (5 + 4) = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 4;$

$7 \cdot (8 - 2) = 7 \cdot 8 - 7 \cdot 2.$

Рассмотрите те же равенства справа налево.

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c), \text{ для любых натуральных чисел } a, b, c.$$

$$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c), \text{ для любых натуральных чисел } a, b, c \text{ (} b \geq c \text{)}.$$

общий множитель

Говорим: **Выносим общий множитель за скобки.**

Примеры:

$2 \cdot 5 + 2 \cdot 7 = 2 \cdot (5 + 7);$

$3 \cdot 8 - 3 \cdot 5 = 3 \cdot (8 - 5).$

Применяем и объясняем

1. Раскройте скобки, затем вычислите.

а) $4 \cdot (6+9)$
 $5 \cdot (7-3)$

б) $(6+8) \cdot 7$
 $(10-2) \cdot 9$

в) $3 \cdot (7+8+5)$
 $(2+6+9) \cdot 4$

г) $2 \cdot (8-3-2)$
 $(10-5-3) \cdot 6$

д) $9 \cdot (8+4-7)$
 $(5-2+9) \cdot 3$

2. Вынесите общий множитель за скобки, затем вычислите.

а) $3 \cdot 5 + 3 \cdot 2$
 $4 \cdot 10 - 4 \cdot 6$

б) $4 \cdot 2 + 3 \cdot 2$
 $9 \cdot 6 - 4 \cdot 6$

в) $8 \cdot 5 + 5 \cdot 2$
 $10 \cdot 7 - 7 \cdot 3$

г) $4 \cdot 5 + 2 \cdot 4$
 $9 \cdot 10 - 7 \cdot 9$

д) $2 \cdot 6 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 9$
 $5 \cdot 10 + 5 \cdot 3 + 7 \cdot 5$
 $2 \cdot 8 + 8 \cdot 3 + 5 \cdot 8$

е) $3 \cdot 10 - 3 \cdot 4 - 3 \cdot 2$
 $9 \cdot 20 - 9 \cdot 6 - 7 \cdot 9$
 $8 \cdot 6 - 3 \cdot 8 - 8 \cdot 2$

ж) $10 \cdot 7 + 10 \cdot 2 - 10 \cdot 5$
 $7 \cdot 8 - 6 \cdot 7 + 7 \cdot 4$
 $2 \cdot 100 - 75 \cdot 2 + 11 \cdot 2 - 2 \cdot 4$

3. Способы вычисления при умножении

Учимся вычислять

$\begin{array}{r} 21432 \times \\ \underline{12} \\ 42864 \\ 21432 \\ \hline 257184 \end{array}$	частичные произведения	$\begin{array}{r} 6345 \times \\ \underline{123} \\ 19035 \\ 12690 \\ 6345 \\ \hline 780435 \end{array}$
$\begin{array}{r} 32450 \\ \underline{2300} \\ 9735 \\ 6490 \\ \hline 74635000 \end{array}$		$\begin{array}{r} 3412 \times \\ \underline{203} \\ 10236 \\ 6824 \\ \hline 692636 \end{array}$

Применяем и объясняем

1. Вычислите самым удобным способом.

а) $3852 \cdot (24 + 9)$

г) $65809 \cdot 12 - 65809 \cdot 2$

б) $24580 \cdot 14 + 24580$

д) $(14 + 16) \cdot 8005$

в) $10359 \cdot 24 + 24$

е) $(100 - 10) \cdot 10101$

2. Вычислите.

а) $4121 \cdot 140$

б) $2041 \cdot 230$

в) $1243 \cdot 204$

г) $105 \cdot 2351$

$210 \cdot 3024$

$240 \cdot 2235$

$202 \cdot 1504 - 5460$

$(5420 + 1863) \cdot 201$

3. Вычислите и запишите ряд полученных чисел.

$24 \cdot 2344$

$24 \cdot 2354$

$24 \cdot 2364$

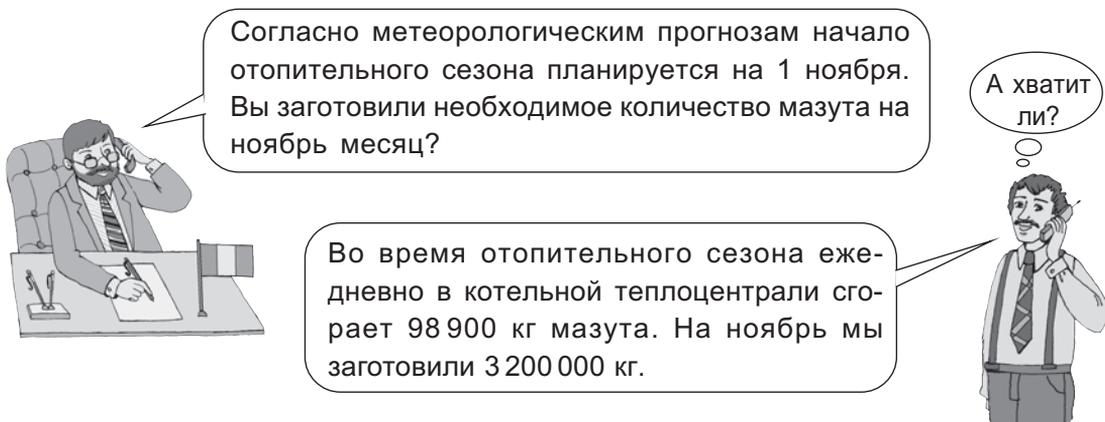
$24 \cdot 2374$



Выявите закономерность и продолжите ряд двумя следующими произведениями.

Решаем и рассуждаем

4. **Работа в паре.** Прочитайте разговор примаира города и директора теплоцентрали.



Объясните рассуждения директора и сформулируйте ответ на вопрос примаира. Выполните точные вычисления, чтобы проверить ответ.

$$\begin{aligned} 1 \text{ день} & \dots\dots\dots 98\,900 \text{ кг} \approx 100\,000 \text{ кг} \\ 30 \text{ дней} & \dots\dots\dots 30 \cdot 100\,000 \text{ кг} = 3\,000\,000 \text{ кг} \end{aligned}$$



Достаточно ли было бы 2 979 000 кг мазута на ноябрь? Оцените приблизительно, рассуждая аналогичным образом, затем проверьте результат точным вычислением.

5. Используйте приблизительную оценку, чтобы распознать примеры, которые, несомненно, решены неверно. Проверьте точными вычислениями.

а) $50 \cdot 98 = 490$ б) $18 \cdot 63 = 1034$ в) $320 \cdot 55 = 17\,600$

Упражнения и задачи



1. Поставьте знаки сложения, вычитания или умножения, чтобы получить истинные равенства. Найдите все возможные варианты.

а) $243 \bullet 426 = 426 \bullet 243$
б) $(38 \bullet 72) \bullet 56 = 38 \bullet (72 \bullet 56)$
в) $53 \bullet (29 \bullet 17) = (53 \bullet 29) \bullet 17$



2. Вычислите.

а) $127 \cdot 5$ б) $12 \cdot 17$ в) $352 \cdot 12$ г) $213 \cdot 112$ д) $12031 \cdot 32$
 $3\,406 \cdot 2$ $28 \cdot 56$ $24 \cdot 704$ $324 \cdot 212$ $40150 \cdot 210$
 $8 \cdot 24\,005$ $93 \cdot 41$ $410 \cdot 65$ $706 \cdot 720$ $5800 \cdot 4180$

3. Дано число 500. Найдите:

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| а) удвоенное число; | д) число на 50 больше; |
| б) его половину; | е) число в 50 раз больше; |
| в) число на 5 больше; | ж) число на 5 000 больше; |
| г) число в 5 раз больше; | з) число в 5 000 раз больше. |



Кто найдет самый эффективный способ вычислить сумму полученных чисел?

4. Ежедневно на фабрике выпускают 150 000 бутылок с минеральной водой. Сколько бутылок выпускают за неделю, если фабрика работает без выходных дней?



Сколько бутылок было выпущено в феврале текущего года?



5. Ресторан заказал 165 мешков по 45 кг муки. В распоряжении ресторана 3 автомобиля грузоподъемностью в 3 т. Возможно ли выполнение заказа за один рейс?

6. Раскройте скобки, затем вычислите.

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|---------------------------|------------------------------|
| а) $25 \cdot (2 + 4)$ | б) $(3 + 2) \cdot 13$ | в) $21 \cdot (2 + 3 + 4)$ | г) $(31 + 250 - 12) \cdot 2$ |
| $12 \cdot (10 - 3)$ | $(10 - 2) \cdot 15$ | $4 \cdot (100 - 20 - 15)$ | $(50 - 15 + 22) \cdot 4$ |

7. Вынесите общий множитель за скобки, затем вычислите.

- | | |
|--|---|
| а) $35 \cdot 43 + 35 \cdot 57$ | б) $24 \cdot 37 - 24 \cdot 32$ |
| $721 \cdot 240 + 760 \cdot 721$ | $692 \cdot 453 - 433 \cdot 692$ |
| в) $4 \cdot 35 + 4 \cdot 52 + 4 \cdot 13$ | г) $12 \cdot 91 - 12 \cdot 44 - 12 \cdot 17$ |
| $9 \cdot 15 + 15 \cdot 6 + 5 \cdot 15$ | $113 \cdot 58 - 15 \cdot 113 - 113 \cdot 43$ |
| д) $33 \cdot 44 + 55 \cdot 33 - 33 \cdot 99$ | е) $64 \cdot 123 - 64 \cdot 11 + 88 \cdot 64$ |
| $27 \cdot 51 + 51 \cdot 34 - 60 \cdot 51$ | $210 \cdot 304 - 304 \cdot 150 + 940 \cdot 304$ |

8. Решите задачи. Найдите наиболее эффективный метод.

- а) В одном городе 185 пятиэтажных жилых домов, где на каждом этаже 4 квартиры. Сколько всего квартир в этих домах?
- б) Утром в почтовое отделение поступило 24 пачки по 175 газет, а вечером – 16 пачек по 175 газет. Сколько всего газет поступило в этот день? На сколько больше поступило газет утром, чем вечером?

9. Выявите закономерность и найдите два следующих числа в каждом ряду.

- | | |
|---------------------------------------|------------------------------------|
| а) 102, 306, 918 | б) 102, 306, 510 |
| в) 1 000 001, 10 000 010, 100 000 100 | г) 1 000 001, 1 000 010, 1 000 100 |

10. В один из дней курс доллара в банке составлял 19 леев 50 банов. Сколько получит гражданин, обменяв сумму: **а)** \$ 10; **б)** \$ 50; **в)** \$ 100; **г)** \$ 1000?

11.  Сравните не вычисляя. $99 \cdot 5$ $5 \cdot 99$ $444 \cdot 88$ $444 \cdot 90$
 Поясните ход рассуждений. $888 \cdot 2$ $999 \cdot 2$ $222 \cdot 85$ $222 \cdot 64$
 $99 \cdot 33$ $77 \cdot 33$

12. Вычислите произведение чисел 60 и 80. Как нужно изменить один из множителей, чтобы увеличить произведение:

а) в 10 раз; **б)** в 100 раз; **в)** в 9 раз; **г)** в 12 раз?

13. Вычислите произведение чисел 25 и 60. Как можно изменить одновременно множители, чтобы увеличить произведение:

а) в 100 раз; **б)** в 10 раз; **в)** в 4 раза; **г)** в 35 раз?

14. Вычислите произведение чисел 20 и 7. Измените один из множителей так, чтобы произведение:

а) увеличить: на 20; на 40; на 80;
б) уменьшить: на 20; на 40; на 100;
в) увеличить: на 7; на 14; на 28;
г) уменьшить: на 7; на 21; на 63.

15. Вычислите и запишите примером:

а) число на 22 больше удвоенного числа 707;
б) число на 552 меньше утроенного числа 800;
в) увеличенную в 4 раза сумму чисел 135 и 165;
г) произведение трех последовательных натуральных чисел, начиная с числа 99;
д) разность утроенного и удвоенного числа 134789935.

16. Семья из четырех человек намерена отдохнуть 5 дней в пансионе на берегу озера. Они изучили цены на пребывание одного человека: проживание – 150 леев в день; питание – 115 леев в день. На другие расходы они запланировали около 35 леев в день на человека. Какой суммой денег должна располагать семья?

17. На сколько нулей будет оканчиваться произведение всех натуральных чисел от единицы: **а)** до 10, включительно; **б)** до 20, включительно?

18. Не вычисляя произведений, определите, сколько натуральных чисел содержатся между: **а)** $4 \cdot 12$ и $4 \cdot 14$; **б)** $27 \cdot 6$ и $30 \cdot 6$; **в)** $19 \cdot 15$ и $13 \cdot 19$.



19. **Конкурс.** Не вычисляя, подберите подходящий результат к каждому умножению. Проверьте точными вычислениями.

$58 \cdot 6$	34	486	592
$42 \cdot 3$	492		175
$7 \cdot 25$	$243 \cdot 2$	945	
$315 \cdot 3$		$148 \cdot 4$	126

§ 5 Возведение в степень

1. Степень натурального числа

$$\overbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}^{5 \text{ раз}} = 4^5$$

Читаем:

число четыре, возведённое
в пятую степень

четыре в пятой степени

четыре в степени пять

Исследуем и узнаем

В далёкой-предалёкой стороне,
В тёмном-претёмном лесу
На нехоженых тропинках
Стояли 4 заброшенные избушки.
В каждой – по 4 комнаты,
А в каждой комнате – 4 узла,
А в каждом узлу – 4 мыши.



Сколько всего лапок было у тех мышей?

4^5 – это степень
с основанием 4
и показателем 5.

Что знаем? Что узнаем?

Сложение равных слагаемых – это
действие умножения.

Для любых натуральных чисел
 a и n :

• если $n > 1$ $n \cdot a = \overbrace{a + a + \dots + a}^{n \text{ раз}}$

• если $n = 1$ $1 \cdot a = a$

• если $n = 0$ $0 \cdot a = 0$

Умножение равных множителей – это
действие возведения в степень.

Для любых натуральных чисел
 a ($a \neq 0$) и n :

• если $n > 1$ $a^n = \overbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ раз}}$

• если $n = 1$ $a^1 = a$

• если $n = 0$ $a^0 = 1$

$0^n = 0$ ($n \geq 1$) 0^0 не имеет смысла

Применяем и объясняем

1. Приведите выражения к более простому виду, затем прочитайте их по-разному.

а) $7+7+7+7+7+7+7+7$;
 $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$;

г) $(x+y)+(x+y)+(x+y)+(x+y)$;
 $(x+y) \cdot (x+y) \cdot (x+y) \cdot (x+y)$;

б) $24+24+24+24+24+24$;
 $24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24$;

д) $a+a+a+b+b+b$;
 $a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b$;

в) $a+a+a+a+a+a+a+a$;
 $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$;

е) $n+t+t+n+n+t$;
 $n \cdot t \cdot t \cdot n \cdot n \cdot t$.

2. Запишите цифрами, прочитайте по-другому и вычислите:

- а) степень с основанием три и показателем шесть;
- б) три в четвертой степени;
- в) единица, возведенная в десятую степень.



Предложите аналогичные примеры.

3. Дополните числами, чтобы получить истинные равенства.

$$4^{\square} = 1$$

$$9^{\square} = 9$$

$$\square^0 = \square$$

$$\square^1 = 6$$

$$\square \cdot \square \cdot \square \cdot \square = 5^{\square}$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = \square^3$$

4. Определите порядок выполнения действий и вычислите.

а) $4^3 + 36$

б) $2^5 \cdot 10$

$1000 - 10^2$

$32 \cdot 10^3$

в) $640 - 7 \cdot 2^4$

г) $6^2 \cdot 2^6$

$5^4 \cdot 2 + 45$

$2^4 \cdot 10^2 \cdot 3^5$

д) $2 \cdot 3^0 + 3 \cdot 2^1 + 4^3 \cdot 5$

е) $4 \cdot (8^3 - 12) + 10^5$

$10^4 \cdot 5^1 - 2^3 \cdot 20^2 + 830$

$(3^5 + 11^2) \cdot 10 - 19$

Возьмите на заметку

В примере без скобок действия возведения в степень выполняются в первую очередь.

2. Квадрат и куб натурального числа

Исследуем и узнаем

- Степени с показателем два и три имеют особые названия.

Степень с показателем 2 называется **квадратом** числа.

Степень с показателем 3 называется **кубом** числа.

Пишем:
 $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
Читаем:
 5 в квадрате равно 25
 25 – квадрат числа 5

Пишем:
 $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
Читаем:
 5 в кубе равно 125
 125 – куб числа 5

$4 = 2^2$
 $8 = 2^3$
 $16 = 2^4$
 $32 = 2^5$
 $64 = 2^6$
 $128 = 2^7$
 $256 = 2^8$
 $512 = 2^9$
 $1\ 024 = 2^{10}$

Памятка

$9 = 3^2$
 $27 = 3^3$
 $81 = 3^4$
 $243 = 3^5$
 $729 = 3^6$

$125 = 5^3$
 $625 = 5^4$

$121 = 11^2$
 $144 = 12^2$
 $169 = 13^2$
 $196 = 14^2$
 $225 = 15^2$
 $256 = 16^2$
 $289 = 17^2$
 $324 = 18^2$
 $361 = 19^2$

Применяем и объясняем

- 1. Запомните!** Число, полученное в результате возведения натурального числа в квадрат, называется **точным квадратом**.
Найдите все точные квадраты меньше либо равные 100.
- Образец:* 9 – это точный квадрат, так как $9 = 3^2$.
- 2.** Между какими двумя последовательными точными квадратами содержится число: а) 111; б) 180; в) 270; г) 300; д) 380?
 - 3.** Какое основание может быть у точного квадрата, содержащегося между числами: а) 160 и 260; б) 300 и 400?
 - 4.** Какое основание может быть у куба числа, если этот куб содержится между числами 30 и 130?

3. Десятичная запись натурального числа

Исследуем и узнаем

- Найдите значение степени 10^n , для $n = 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10$.

Возьмите на заметку. 10^n – это натуральное число, записанное цифрой 1, за которой следуют n нулей.

- Установите соответствие между разрядными единицами и степенями с основанием 10:

миллион	сто тысяч	десяток тысяч	тысяча	сотня	десяток	единица
10^3		10^1		10^0		10^2
	10^5		10^4		10^6	

Что знаем? Что узнаем?

Рассмотрите разложения натуральных чисел в виде сумм разрядных слагаемых:

$$23 = 2 \times 10 + 3;$$

$$237 = 2 \times 100 + 3 \times 10 + 7;$$

$$2375 = 2 \times 1000 + 3 \times 100 + 7 \times 10 + 5.$$

Цифра 0 не может быть первой слева в числе. В других разрядах может стоять и цифра 0.

Записав единицы каждого разряда в виде степени с основанием 10, получим:

$$23 = 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0;$$

$$237 = 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0;$$

$$2375 = 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0.$$

Получили **десятичное разложение** каждого из рассмотренных чисел.

- Заменяв буквой каждую цифру, получим **десятичную запись натурального числа**:

- двузначное число $\overline{ab} = a \cdot 10^1 + b \cdot 10^0$

- трехзначное число $\overline{abc} = a \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^0$

- четырехзначное число $\overline{abcd} = a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + c \cdot 10 + d \cdot 10^0$,

где a, b, c и d – натуральные числа до 9, а $a \neq 0$.

- Десятичная запись натурального числа выражает математическим языком то, как мы считаем (группами по 10 – десять единиц, или десяток; десять десятков, или сотня и т. д.) и как мы записываем числа (используя 10 арабских цифр). Говорим, что **10 – это основание десятичной системы счисления**.



- Десятичная система счисления является **позиционной**: значение цифры меняется в зависимости от позиции (места) в числе.



Хотите больше знать?

В компьютерах и калькуляторах используется двоичная система счисления с основанием 2 и двумя цифрами: 0 и 1.



Найдите и представьте интересную информацию о различных системах счисления.

Задания для понимания

1. Запишите десятичное разложение чисел: 83; 295; 402; 1 050; 3 207; 22 004.
2. Упорядочите по возрастанию все натуральные числа вида:
 - а) $\overline{5b}$; б) $\overline{a5}$; в) $\overline{3b6}$;
 - г) $\overline{8b}$, при $b > 6$; д) $\overline{a1}$, при $a < 4$;
 - е) \overline{nnn} , при $n \leq 5$; ж) \overline{mmmm} , при $m \geq 7$;
3. Дополните, чтобы получить десятичное разложение трехзначного числа, затем прочитайте и запишите полученное число.
 - а) $2 \cdot 10 \star + 5 \cdot 10 \star + 3 \cdot 10 \star$

б) $7 \cdot 10 \star + 2 \cdot 10 \star + 0 \cdot 10 \star$

в) $3 \cdot 10 \star + 0 \cdot 10 \star + 0 \cdot 10 \star$

4. Ирина, Виктор и Павел проживают по улице Иона Крянгэ. Номера домов на этой улице – от 1 до 80. Определите адрес, по которому проживает:
- а) Ирина, если номер ее дома – наибольшее число вида $\overline{7b}$;
 б) Виктор, если номер его дома – наименьшее число вида $\overline{a8}$;
 в) Павел, если номер его дома – наименьшее число вида \overline{aa} .

Упражнения и задачи



1. На каждой из 3 полок по 3 коробки, в каждой из которых лежат 3 упаковки по 3 карандаша. Сколько всего карандашей?
2. Прочитайте выражения, вычислите и сравните их значения (\neq , $=$):
- а) 2^3 и 3^2 ; б) 1^9 и 9^1 ; в) 2^4 и 4^2 ; г) 5^2 и 2^5 .
-  Сделайте вывод: обладает ли действие возведения в степень переместительным свойством?
3. Вычислите.
- а) $5^2 + 3^4 - 2^5$ г) $(3^3 - 6) : 21$ ж) $(19^2 - 17^2) \cdot (10^3 - 15^2)$
 б) $3 \cdot 7^2 - 2^4$ д) $(12^2 - 11^2) : 1^{20}$ з) $20^2 - 2 \cdot 10^2 + 10 \cdot 2^2$
 в) $3 \cdot 2^6 + 2 \cdot 9^2$ е) $5^1 \cdot (13^2 + 4^3)$ и) $20^3 \cdot (16^2 - 4^2)$
4. Выполните десятичное разложение числа.
- а) 729 б) 7029 в) 702090 г) 7020900



5. Выявите закономерность и найдите лишнее число в ряду.
- а) 4, 9, 14, 16, 25, 36 б) 1, 8, 27, 36, 64, 125
 в) 0, 10, 100, 1000, 10000 г) 10, 100, 1000, 10000, 100000000
6. Дополните задачу такими числами, чтобы ответ мог быть выражен степенью. В книжном шкафу полок, на каждой полке стопок по тетрадей. Все тетради по страниц, а на каждой странице нарисовано по шестиугольников. Сколько всего вершин у этих шестиугольников?
7. Найдите все натуральные числа порядка тысяч, в записи которых встречаются лишь цифры 3 и 0. Выполните десятичное разложение этих чисел.
8. Запишите, используя степени, затем вычислите.
- а) $7 \cdot 7 + 3 \cdot 3 \cdot 3$ б) $16 \cdot 16 - 12 \cdot 12 + 15 \cdot 15$
 в) $8 \cdot 8 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ г) $11 \cdot 11 + 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 - 10 \cdot 10$



9. Составьте ряд точных квадратов, содержащихся между числами 100 и 400. Почему ни один из точных квадратов не оканчивается цифрой 2, 3, 7 или 8?

§ 6 Деление натуральных чисел

1. Деление с остатком. Деление без остатка

Решаем и рассуждаем

- У скрипок по 4 струны. На сколько скрипок хватит:

27 струн?

28 струн?

Сколько струн останется?



Решение:

$$27 - \underbrace{4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4}_{6 \text{ раз}} = 3,$$

или $27 : 4 = 6, \text{ ост. } 3$
Дел. Дт. Ч. Ост.

$$28 - \underbrace{4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4}_{7 \text{ раз}} = 0,$$

или $28 : 4 = 7$
Дел. Дт. Ч.

Ответ:

27 струн хватит на 6 скрипок, и останутся 3 струны: $3 \neq 0$.

28 струн хватит ровно на 7 скрипок, и не останется ни одной струны.

Проверка:

- 1) На 6 скрипках по 4 струны и еще 3 оставшиеся струны – вместе 27 струн:

$$6 \cdot 4 + 3 = 27.$$

$$\mathbf{Ч. \cdot Дт. + Ост. = Дел.}$$

- 2) Оставшихся струн не достаточно еще на одну скрипку:

$$3 < 4.$$

$$\mathbf{Ост. < Дт.}$$

- 1) На 7 скрипках по 4 струны – всего 28 струн:

$$7 \cdot 4 = 28.$$

$$\mathbf{Ч. \cdot Дт. = Дел.}$$

- 2) Распределив 28 струн поровну на 7 скрипок, получим по 4 струны на каждой скрипке:

$$28 : 7 = 4.$$

$$\mathbf{Дел. : Ч. = Дт.}$$

- В стандартной акустической гитаре 6 струн.

Поясните с помощью действия деления и выполните проверку.

Сколько струн:

- хватит ровно на 5 гитар;
- хватит не менее, чем на 5 гитар, и еще останутся струны;
- не хватит ни на одну гитару.



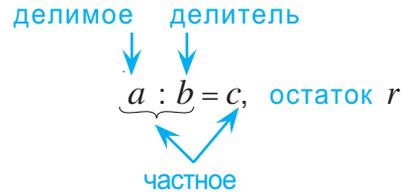
Найдите и рассмотрите все возможные варианты.



Что знаем? Что узнаем?

При делении получаем два числа – одно в частном и одно в остатке.

- Частное показывает, сколько всего раз можно вычесть делитель из делимого, а остаток – это результат последнего вычитания.



- Если остаток отличен от нуля, говорим: **Деление с остатком**. Если же остаток равен нулю, говорим: **Деление без остатка**.

- Деление – это действие, обратное умножению:

$$12 : 3 = 4, \text{ так как } 4 \cdot 3 = 12$$

- Деление на 0 не имеет смысла, так как не существует натурального числа, которое не дало бы 0 в результате умножения на 0.

Деление $0 : 0$ также не определено, так как любое число при умножении на 0 дает 0.

- $0 : a = 0$, для любого натурального числа a , $a \neq 0$.

- $a : 1 = a$, для любого натурального числа a .

- Если натуральные числа a и b делятся без остатка на число c , $c \neq 0$, то:

$$(a+b) : c = a : c + b : c;$$

$$(a-b) : c = a : c - b : c, \text{ при } a \geq b.$$

- Для любых натуральных чисел a и b , $b \neq 0$, существуют два натуральных числа: c (частное) и r (остаток), которые выполняют условия:

$$a = c \cdot b + r, r < b.$$

Это свойство носит название **теоремы деления с остатком**.

Применяем и объясняем

1. Сравните и дополните знаками: = или \neq .

$$4 : 4 \quad \bullet \quad 2 : 2 \quad (16 : 4) : 2 \quad \bullet \quad 16 : (4 : 2) \quad 24 : (4 + 2) \quad \bullet \quad 24 : 4 + 24 : 2$$

2. Дополните числами, чтобы получить истинные равенства. Поясните ход рассуждений.

а) $\square : 1 = 315$

б) $\square : 4 = 8$

в) $\square : 3 = 5, \text{ ост. } 2$

$426 : \square = 426$

$\square : 10 = 1000$

$\square : 7 = 6, \text{ ост. } 5$

г) $\square : \square = 1$

д) $30 : \square = 15$

е) $\square : 12 = 2, \text{ ост. } 1$

$\square : \square = 0$

$80 : \square = 16$

$\square : 50 = 8, \text{ ост. } 8$

ж) $(72 + 63) : 9 = 72 : \square + 63 : \square$

з) $(\square + \square) : 5 = 35 : 5 + 40 : 5$

$(48 - 32) : \square = 48 : 8 - 32 : 8$

$(54 - 42) : 6 = \square : 6 - \square : 6$

3. Примените теорему деления с остатком и найдите все натуральные числа, при делении которых:
- а) на 4 получаем в частном 15; в) на 6 получаем в частном 20;
 б) на 3 получаем в частном 32; г) на 5 получаем в частном 102.

Образец: а) Подставим данные ($b = 4, c = 15$) в теорему деления с остатком и уточним требование: „Найдите все натуральные числа, которые удовлетворяют условию: $a = 15 \cdot 4 + r, r < 4$ “.

Из условия $r < 4$ делаем вывод, что r может быть равен 0, 1, 2 или 3.

- При $r = 0$, получим: $a = 15 \cdot 4 + 0 = 60$.
- При $r = 1$, получим: $a = 15 \cdot 4 + 1 = 61$.
- При $r = 2$, получим: $a = 15 \cdot 4 + 2 = 62$.
- При $r = 3$, получим: $a = 15 \cdot 4 + 3 = 63$.

4. Вычислите и поясните, опираясь на взаимосвязь деления и умножения.

а) $270 : 10$ б) $42000 : 100$ в) $36000 : 1000$
 $270 : 30$ $42000 : 600$ $36000 : 4000$



Сформулируйте правило деления без остатка чисел, оканчивающихся нулями.

5. Разложите делимое удобным способом как сумму или как разность, затем вычислите.

а) $96 : 8$ б) $48 : 3$ в) $72 : 4$
 $108 : 9$ $294 : 3$ $165 : 15$
 $495 : 5$ $686 : 7$ $121 : 11$

Образцы: $84 : 6 = (60 + 24) : 6 = 60 : 6 + 24 : 6 = 10 + 4 = 14$
 $392 : 4 = (400 - 8) : 4 = 400 : 4 - 8 : 4 = 100 - 2 = 98$

2. Способы вычисления при делении

Учимся вычислять

$1 < 2$

$$\begin{array}{r} 1027 \overline{) 2} \\ 10 \quad \underline{2} \\ 2 \quad \underline{2} \\ 7 \quad \underline{6} \\ 1 \end{array}$$

$3 \geq 2$

$$\begin{array}{r} 3027 \overline{) 2} \\ 2 \quad \underline{10} \\ 10 \quad \underline{2} \\ 2 \quad \underline{7} \\ 6 \quad \underline{1} \end{array}$$

$30 \geq 25$

$$\begin{array}{r} 3027 \overline{) 25} \\ 25 \quad \underline{52} \\ 50 \quad \underline{27} \\ 25 \quad \underline{2} \end{array}$$

$10 < 25$

$$\begin{array}{r} 1027 \overline{) 25} \\ 100 \quad \underline{27} \\ 25 \quad \underline{2} \end{array}$$

делимое	делитель
_____	_____
остаток	частное

Задания для понимания

1. Не вычисляя определите количество цифр в частном.
- а) $5438 : 4$ б) $32768 : 32$ в) $1359 : 12$ г) $2465 : 246$
 $5438 : 7$ $32768 : 56$ $1359 : 15$ $2465 : 513$
2. Дополните подходящими цифрами, чтобы в частном получить:
- а) столько же цифр, сколько в делимом; б) меньше цифр, чем в делимом.
- $3412 : \square$ $62708 : \square \square$ $5326 : \square$ $24390 : \square \square$
 $\square 520 : 4$ $\square \square \square 315 : 24$ $\square 438 : 3$ $\square \square 851 : 46$
3. Вычислите, затем выполните проверку.
- а) $128134 : 4$ б) $315088 : 7$ в) $210564 : 25$ г) $6340 : 24$
 $279271 : 9$ $425036 : 6$ $4500 : 18$ $904308 : 44$
 д) $14070 : 77$ е) $250100 : 30$ ж) $3891 : 389$
 $36140 : 40$ $180200 : 420$ $12112 : 12$

Упражнения и задачи

1. Дано число 101 000. Назовите число:
- а) больше данного: на 10 000; на 1 000; на 100;
б) меньше данного: на 10; на 100; на 1 000;
в) больше данного: в 10 раз; в 100 раз; в 1 000 раз;
г) меньше данного: в 10 раз; в 100 раз; в 1 000 раз.
2. Дано число 360. Найдите:
- а) его удвоенное и его половину; б) его треть и его утроенное;
в) его четверть.
3. В каждом купе поезда 4 места для пассажиров.
- а) Сколько пассажиров в одном вагоне, если они занимают все места:
• в 12 купе;
• в 8 купе, и в девятом купе едут 2 пассажира;
• в 10 купе, и в одиннадцатом купе едет один пассажир?
- б) В скольких купе разместятся:
38 пассажиров; 42 пассажира; 90 пассажиров?
4. Найдите частное и остаток от деления натурального числа a на 5, если:
- а) $a = 24 \cdot 5 + 3$; д) $a = 6 \cdot 5$;
б) $a = 5 \cdot 37 + 2$; е) $a = 8 \cdot 5 + 5$;
в) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 + 1$; ж) $a = 10 \cdot 5 + 20 \cdot 5$;
г) $a = 0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 4$; з) $a = 10 \cdot 5 - 4 \cdot 5$.

5. Сколько натуральных чисел при делении:
- а) на 8 дают в частном 204; б) на 10 дают в частном 735?
Найдите эти числа.
6. Измените делимое так, чтобы деление выполнилось без остатка, а частное не изменилось. а) $63 : 6$ б) $58 : 7$ в) $39 : 4$ г) $119 : 10$
7. Измените делитель так, чтобы частное осталось прежним, а в остатке получить другое, отличное от нуля число.
а) $30 : 8$ б) $43 : 6$ в) $54 : 5$ г) $101 : 11$
8. Определите, сколько цифр в каждом частном, затем сравните ($<$, $>$).
- а) $3648 : 4$ б) $12300 : 12$ в) $21225 : 25$
 $5020 : 5$ г) $33615 : 15$ д) $52020 : 45$
 в) $3004 : 146$ е) $2625 : 125$ ж) $243000 : 300$ з) $460000 : 500$
 и) $35631 : 321$ к) $123424 : 512$ л) $10200 : 50$ м) $540000 : 18000$



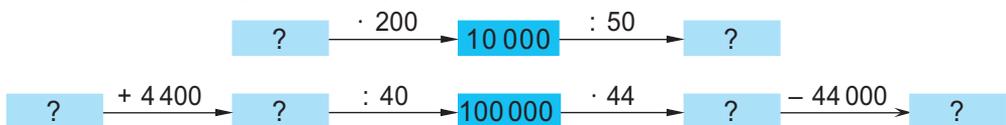
Выполните вычисления и убедитесь, верно ли вы рассуждали.

9. Найдите число:
- а) половина которого – 750; в) треть которого – 108;
 б) удвоенное которого – 750; г) утроенное которого – 108.
10. Преобразуйте выражения, используя свойства умножения или деления, затем вычислите.
- а) $(204 + 488) : 4$ в) $440 : 4 + 560 : 4$
 $(28 + 17) \cdot 5$ г) $123 \cdot 4 + 97 \cdot 4$
- б) $(1260 - 660) : 6$ г) $500 : 20 - 260 : 20$
 $2 \cdot (4500 - 750)$ д) $8 \cdot 412 - 8 \cdot 310$



Найдите два метода для выполнения последнего действия в решении задачи.

12. Дополните каждую цепочку отсутствующими числами.



13. Найдите неизвестное число. Поясните по образцу.

- а) $x \cdot 18 = 5490$
 б) $210 \cdot y = 25200$
 в) $z : 73 = 7081$
 г) $1797800 : m = 356$

Образец: $x \cdot 85 = 1360$.
 x – неизвестный множитель.
 Чтобы его найти, разделим произведение 1360 на известный множитель 85.

14. Выявите закономерность и найдите все натуральные числа, которые следуют в ряду.

а) 50 000, 10 000, 2 000

б) 88 889, 88 890, 8 889, 8 890, 889, 890, 89

в) 363, 121, 120, 40, 39, 13, 12

г) 124, 62, 60, 30, 28, 14, 12

15. Вычислите частное чисел 280 и 4. Измените делимое так, чтобы частное: а) увеличилось: в 10 раз; в 100 раз; б) уменьшилось: в 2 раза; в 7 раз.

16. Вычислите частное чисел 100 000 и 250. Измените делитель так, чтобы частное: а) увеличилось: в 10 раз; в 5 раз; б) уменьшилось: в 10 раз; в 100 раз.

17. Вычислите частное чисел 400 и 5. Как можно изменить эти числа так, чтобы частное: а) не изменилось; б) увеличилось: в 4 раза; в 10 раз; в) уменьшилось: в 2 раза; в 5 раз?

18. Выполните деление $125 : 25$. Как нужно изменить делимое, чтобы частное: а) увеличилось: на 1; на 2; на 3; б) уменьшилось: на 1; на 2; на 3?

19. Выполните деление $410 : 4$. Как нужно изменить делимое, чтобы частное не изменилось, а остаток увеличился или уменьшился на несколько единиц? На сколько может быть увеличен и на сколько может быть уменьшен остаток?

20. Саша одолжил у друга роман Ж. Верна „Вокруг света за 80 дней“. Если бы он читал ежедневно 14 страниц, то прочел бы книгу за 12 дней. Но есть и другие желающие прочитать эту интересную книгу, поэтому друг попросил вернуть ее через неделю. Сколько страниц должен читать Саша ежедневно, чтоб выполнить просьбу друга?

21. Запишите деление с остатком, зная, что:

а) делимое 289, а частное 25;

б) делимое 5 628, а частное 562.



22. Конкурс. Кто быстрее дополнит таблицы, не допустив ошибок?

\times		52	
3	63		
			160
6			240

$:$	2		
150		5	
	240		
300			60

$:$			600
60		6	
6			
	12	36	

§ 7 Порядок выполнения действий

Что знаем? Что узнаем?

• Сложение и вычитание – **арифметические действия первого порядка**.
Умножение – это многократное сложение, а деление – это многократное вычитание. Поэтому говорим, что умножение и деление – **арифметические действия второго порядка**.

Возведение в степень – это многократное умножение, поэтому является **арифметическим действием третьего порядка**.

• Если в примере без скобок встречаются действия одного порядка, то их выполняют в порядке следования в записи.

Если в примере без скобок встречаются действия разного порядка, то сначала выполняют действия III порядка, затем действия II порядка и в последнюю очередь – действия I порядка.

• Скобки бывают:

- круглые
- квадратные
- фигурные

()

[]

{ }

Сначала выполняют действия в круглых скобках, затем действия в квадратных скобках, и в последнюю очередь выполняют действия в фигурных скобках.

Упражнения и задачи



1. Вычислите.

а) $1 + 1 \cdot 1 - 1 : 1$

д) $100 \cdot 100 : 10 : 1000$

б) $1 \cdot (1 + 1) - (1 - 1) : 1$

е) $1000000 : (10 \cdot 1000) \cdot 100$

в) $9999 \cdot 0 - 0 : 7777 + 5555$

ж) $(1000 - 10) : 10 + 10000 : 10000$

г) $333 - 33 \cdot 3 + 33^3$

з) $(10^4 - 10^3 + 10^2) : 10^1 + 10^0$

и) $(325 - 325) \cdot [256 + 1435 : (48 + 239)]$

к) $3 + 3 \cdot [3 \cdot 3 - 3 \cdot (3 : 3)] : 3$

л) $[450 : 5 : (3 \cdot 6) + 35] \cdot 7 - 140 + (540 : 60 + 7) \cdot (63 : 9)$

м) $[500 - (3500 : 700 \cdot 80 - 40 \cdot 9) \cdot (64 : 8)] : 9 - (72 : 6) : (81 : 27)$

н) $2 \cdot \{350 : [491 - 3 \cdot (125 - 78)] + 350\}$



2. Вычислите и запишите примером:

а) число, на 55 больше половины числа 140;

б) число, на 32 меньше трети числа 132;

в) четверть суммы чисел 195 и 925;

г) уменьшенную в 7 раз разность чисел 1000 и 111;

д) квадрат наименьшего числа в классе тысяч.

3. Дополните задачу так, чтобы решение потребовало следующий порядок выполнения действий: умножение, вычитание, деление, сложение.

Ручка стоит 5 леев, а портфель стоит ..., чем ручка. Книга стоит ..., чем портфель. Пенал стоит ..., чем книга. Сколько стоит ...?

4. Расставьте скобки так, чтобы получить истинные равенства.

а) $240 - 120 + 80 = 40$

г) $630 : 7 - 2 \cdot 9 \cdot 25 = 1800$

б) $200 + 80 : 40 = 7$

д) $128 + 49 : 42 : 6 \cdot 8 = 184$

в) $5 \cdot 38 - 70 : 8 - 6 = 9$

е) $180 : 300 - 30 \cdot 9 + 199 = 205$

5. Дополните подходящими знаками действий в соответствии с указанным порядком их выполнения. Найдите несколько вариантов.

а) $5 \overset{2}{\circ} 5 \overset{1}{\circ} 5$ б) $4 \overset{3}{\circ} 4 \overset{1}{\circ} 4 \overset{4}{\circ} 4 \overset{2}{\circ} 4$ в) $2 \overset{1}{\circ} 5 \overset{3}{\circ} 2 \overset{2}{\circ} 5 \overset{4}{\circ} 2 \overset{5}{\circ} 5$

6. Составьте пример в соответствии с данным порядком выполнения действий:

а) сложение, умножение, вычитание;

в) деление, сложение, умножение;

б) умножение, вычитание, деление;

г) вычитание, деление и вновь вычитание.

§ 8 Уравнения

1. Математические выражения

Исследуем и узнаем

• Цифры, буквы, знаки арифметических действий и скобки составляют „математический алфавит“, которым записывают **математические выражения**.

числовые выражения

835 $23 - 15$ $9 \cdot (25 + 36)$

буквенные выражения

x $x - 2$ $(a - b) : c$

• Для упрощения записи принято опускать знак умножения в некоторых буквенных выражениях.

$a \cdot b \rightarrow ab$

$4 \cdot x \rightarrow 4x$

$a \cdot 2 \rightarrow 2a$

$x \cdot 7 \cdot y \rightarrow 7xy$

Возьмите на заметку. Численный множитель пишут перед множителями, записанными буквами.

$(a + 5) \cdot 2 \rightarrow 2(a + 5)$

$n \cdot (6 - m) \cdot 4 \rightarrow 4n(6 - m)$



Поясните, почему принято опускать множитель, равный 1.

$1 \cdot x \rightarrow x$

$a \cdot 1 \rightarrow a$

$b \cdot 1 \cdot c \cdot 5 \rightarrow 5bc$

Задания для понимания

1. В каких из следующих выражений можно опустить знаки умножения? Запишите эти выражения в упрощенном виде.
- а) $4 \cdot 8$ б) $n \cdot 6$ в) $x \cdot (y+5) \cdot 2$ г) $m \cdot n \cdot 2 \cdot 1$
 $4 \cdot x$ $3 \cdot a \cdot b$ $5 \cdot 7 \cdot 10$ $a \cdot 2 \cdot (3+b)$
2. Выявите опущенные знаки умножения и прочитайте выражения.
- а) $10n$ б) $2+3x$ в) $5a+8b$ г) $3abc$
 mn $2a-6$ $7(3+a)$ $4(2ab-1)$
3. Преобразуйте выражения, используя свойства арифметических действий.
- а) $5a+4a$ д) $2b+5b+9b$
б) $10x-6x$ е) $12x-3x-x$
в) $3m+m$ ж) $4z+z-2z$
г) $8n-n$ з) $15a-3a+a$
- Образцы:** $2x+3x=(2+3) \cdot x=5x$
 $7a-4a=(7-4) \cdot a=3a$
4. Ручка стоит x леев, а пенал стоит y леев. Поясните, что в данном контексте могут означать выражения:
- а) $x+y$; б) $2x$; в) $9y-3x$; г) $100-4x$;
 $y-x$; $5y$; $100:x$; $100-2y$;
 $y:x$; $4x+7y$; $100-y$; $100-(x+y)$.
5. Во дворе a мальчиков. Запишите математическим выражением количество девочек, зная, что их:
- а) на 4 больше, чем мальчиков; в) в 4 раза больше, чем мальчиков;
б) на 4 меньше, чем мальчиков; г) в 4 раза меньше, чем мальчиков.

Применяем и объясняем

- Выполнив действия в числовом выражении, получим число – **значение выражения**.
- Буквенное выражение можно преобразовать в числовое выражение, заменив буквы цифрами.



Найдите значение выражения.

- а) $4x$, для $x=12$ б) $z:15$, для $z=30375$
в) $2a+5$, для $a=25$ г) $10y-y:10$, для $y=1000000$
д) $3(a+b)$, для $a=6$, $b=14$ е) $5x-6y$, для $x=15$, $y=11$
ж) n^2+m^3 , для $n=13$, $m=3$ з) $2c(d^2+4)$, для $c=25$, $d=16$

Значением выражения $2 \cdot 4+3$ является число 11.

Для $a=3$ и $b=5$ значением выражения $a+b$ является число 8.

2. Уравнения

Исследуем и узнаем

• Два числовых выражения, значения которых равны, образуют **истинное равенство**.

$$\underbrace{2+8}_{\text{левая часть}} = \underbrace{15-5}_{\text{правая часть}}$$

• **Уравнение с одним неизвестным** – это равенство, которое содержит одно неизвестное (букву).

$$2+x=15-5$$

$$15=5a$$

$$3m=m+12$$

• Значение неизвестного, для которого уравнение превращается в истинное равенство, называется **решением уравнения**.

$x=3$ является решением уравнения $2x=6$, так как $2 \cdot 3=6$ является истинным равенством.

• **Решить уравнение** – означает найти его решения или доказать, что решений нет.



Выполните подстановку и установите, решением каких уравнений является число 5.

а) $4+x=81:9$

б) $5a=40$

в) $2(z-5)=0$

г) $4n+1=46$

Решаем и поясняем

Пример 1

Ум. В. Р.

$$\boxed{2a} - \boxed{5} = \boxed{63}$$

$$2a = 63 + 5$$

$$2a = 68$$

$$a = 68 : 2$$

$$a = 34$$

$$2 \cdot 34 - 5 = 63 \quad (\text{И})$$

$$68 - 5 = 63$$

Левая часть уравнения – это разность, так как вычитание является последним выполняемым действием.

Чтобы найти неизвестное уменьшаемое ($2a$), прибавим вычитаемое 5 к остатку 63.

Получаем простое уравнение, левая часть которого является произведением, а неизвестное a – это один из множителей.

Выполним проверку.



Решите уравнения и поясните.

а) $4z-6=194$

в) $8b+26=58$

д) $(5-x):3=15$

б) $35+5a=95$

г) $3(2+x)=9$

е) $42:(y+4)=6$

Пример 2

$$2x + 5x = 100 - 2 \cdot 15$$

$$7x = 70$$

$$x = 70 : 7$$

$$x = 10$$

$$2 \cdot 10 + 5 \cdot 10 = 100 - 2 \cdot 15 \quad (\text{И})$$
$$70 = 70$$

Приводим части уравнения к более простой форме.

Левая часть уравнения – произведение $7x$, а неизвестное x – один из множителей.

Чтобы найти множитель x , делим произведение 70 на известный множитель 7.

Получаем число 10.

Выполняем проверку.



Решите уравнения и поясните.

а) $4z - z = 24 + 5 \cdot 12$

в) $35 + 16 + a = 200 - 48$

б) $8y + 7y = 1000 : 8 \cdot 3$

г) $b - (21 + 2 \cdot 16) = 308 : 4$

3. Решение задач арифметическими методами и уравнением

Решаем и поясняем

- На станции из автобуса вышло 18 пассажиров и зашло 12. Сколько пассажиров было вначале в автобусе, если теперь их 26?

Решение методом обратного хода (арифметический метод)



Решение уравнением

Обозначим буквой то, что спрашивается в задаче.

Запишем условие задачи математическими выражениями.

Составим уравнение.

Пусть x – исходное число пассажиров.

Число пассажиров после остановки на станции выражается как

$$x - 8 + 12 \text{ и равняется } 26.$$

$$x - 8 + 12 = 26$$

- Анна купила 4 ручки, а Игорь – 7 ручек по той же цене. Игорь потратил на 15 леев больше, чем Анна. Сколько стоит ручка?

Решение методом приведения к единице (арифметический метод)

1 ручка ... (?) леев

? (7 без 4) ручки ... 15 леев

1) $7 - 4 = 3$ (ручки);

2) $15 : 3 = 5$ (леев).

Решение уравнением

Обозначим буквой то, что спрашивается в задаче.

Запишем условие задачи математическими выражениями.

Составим уравнение.

Пусть x – цена ручек.

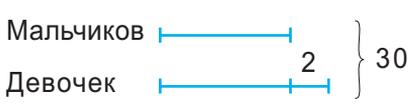
Анна потратила $4x$, а Игорь потратил $7x$.

Игорь потратил больше, чем Анна, на $7x - 4x$, что равняется 15 .

$7x - 4x$	$=$	15
-----------	-----	------

- В классе 30 учеников. Сколько девочек, если мальчиков на 2 меньше?

Решение схематическим методом (арифметический метод)



- 1) $30 - 2 = 28$ (учеников);
- 2) $28 : 2 = 14$ (мальчиков);
- 3) $14 + 2 = 16$ (девочек).

Решение уравнением

Обозначим буквой то, что спрашивается в задаче.

Запишем условие задачи математическими выражениями.

Составим уравнение.

Пусть x – число девочек.

Известно, что мальчиков на 2 меньше, чем девочек. Значит, число мальчиков выражается как $x - 2$.

Общее количество учеников выражается как

$x + x - 2$ и равняется 30 .

$x + x - 2$	$=$	30
-------------	-----	------

Учимся решать

1. Решите задачи методом обратного хода, затем уравнением.
 - а) Сколько пассажиров было в поезде, если на станции вышла половина из них, вошло 15 человек, и стало – 163?
 - б) Пребывание на солнце в знойный полдень – это риск для здоровья. В один из дней Дан загорал утром на пляже 2 с половиной часа и затем ушел. Через 5 часов он вернулся на пляж и загорал 1 час 45 минут. Ушел с пляжа в 6 часов вечера. Во сколько Дан пришел утром на пляж?
2. Решите задачи методом приведения к единице, затем уравнением.
 - а) Стоимость 18 портфелей одинаковой цены составляет 1980 леев. Сколько стоит один портфель?

б) Иван купил 26 тетрадей в клетку и 22 тетради в линейку по одинаковой цене. Он оплатил покупку купюрой в 100 леев и получил 4 лея сдачи. Сколько стоит тетрадь?

3. Решите задачи схематическим методом, затем уравнением.
- а) За 2 недели члены экологического клуба смастерили 139 кормушек для птиц. Сколько кормушек смастерили за первую неделю, если за вторую смастерили на 33 больше?
- б) На протяжении гандбольного матча было забито 48 голов. Определите финальный счет игры, если известно, что вторая команда забила в 3 раза меньше голов, чем первая.

Упражнения и задачи



1. Найдите значение выражения.

а) $4x + 16$, для $x = 35$

б) $80 - 2a$, для $a = 27$

в) $12(a + b)$, для $a = 34$, $b = 56$

г) $3x - 9y$, для $x = 208$, $y = 52$

2. Поставьте в соответствие каждому уравнению его значение.

$x - 25 = 25$

$50 - a = 50$

$5(z + 10) = 100$

$5n + 10 = 40$

10

0

50

18

6

3. Составьте уравнения по таблицам, затем решите.

Слагаемое	384	?
Слагаемое	?	192
Сумма	500	410

Множитель	Множитель	Произведение
48	?	720
?	12	2472

Уменьшаемое	1340	?
Вычитаемое	?	2106
Разность	134	904

Делимое	Делитель	Частное	Остаток
384	?	16	0
129	7	?	3

4. Решите уравнения.

а) $8x - 35 = 941$

д) $27(n - 27) = 27$

б) $1259 - 3y = 602$

е) $(21 - z) : 21 = 0$

в) $17 + 4a = 1025$

ж) $44 : (c + 44) = 1$

г) $5(14 + b) = 170$

з) $3x + 4x - 2 - 5x = 0$

5. В мешке x кг сахара. Поясните, что в данном контексте могут означать выражения: а) $x - 5$, $x + 5$; б) $10x$, $x : 10$; в) $100 : x$, $100 - x$.

6. Первый токарь изготавливает a деталей в час, а второй – b деталей в час. Вычислите, сколько деталей они изготавливают вместе за 8 часов, если $a = 35$ и $b = 32$.

7. В зернохранилище было x тонн зерна. На y машинах было вывезено по 3 т зерна. Сколько зерна осталось в хранилище, если $x = 28$ и $y = 4$?

8. Решите задачи арифметическими методами, затем уравнениями.

а) Саша купил 4 фломастера, а Маша – 6 фломастеров по той же цене. Ребята оплатили покупку купюрой в 50 леев. Сколько стóит один фломастер?

б) Дана решила 17 кроссвордов из сборника. Сколько нерешенных кроссвордов осталось, если в сборнике 12 страниц, а на каждой странице 2 кроссворда?

в) Воодушевившись рассказом Лисы, Волк начал строить планы: „Буду держать хвост в проруби, пока не наловлю столько рыбы, чтоб хватило и еще осталось. Продам на базаре четверть всех пойманных рыб и засолю 18 рыбин – ровно половину того, что продам“. Сколько рыб планировал поймать Волк?



9. Приведите каждое выражение к более простому виду, затем найдите его значение.

а) $4x + 26x - 7x + 2x$, для $x = 14$

б) $41a - 8a - 13a + 13a$, для $a = 101$

в) $19x + 24x - 16 + x$, для $x = 11$

г) $22 - 5x - x - 4$, для $x = 0$

д) $3a \cdot 2b$, для $a = 5$ и $b = 10$

е) $12x \cdot 4y \cdot 3$, для $x = 2$ и $y = 3$

10. Пусть a – это количество банок, а b – количество литров сока. Поясните, что в данном контексте может означать выражение:

а) $b : a$;

б) $b : a - 1$.

11. Составьте уравнение по каждой цепочке действий, затем решите.

а) $\boxed{a} \xrightarrow{\cdot 3} \boxed{} \xrightarrow{+ 3} \boxed{30}$

б) $\boxed{b} \xrightarrow{+ 3} \boxed{} \xrightarrow{\cdot 3} \boxed{30}$

в) $\boxed{c} \xrightarrow{- 3} \boxed{} \xrightarrow{: 3} \boxed{} \xrightarrow{+ 3} \boxed{30}$

12. Решите задачи схематическим методом, затем уравнением:

а) В саду растут яблони и груши, всего 49 деревьев. Яблонь на 5 больше, чем груш. Сколько грушевых деревьев в саду?

б) На пастбище в 3 раза больше овец, чем коз, а вместе – 52 животных. Сколько коз?

в) Галстук в 3 раза дешевле рубашки, а рубашка на 160 леев дороже, чем галстук. Сколько стóит галстук?

г) Вместе у курицы, утки и гусыни 45 птенцов. У утки на 5 птенцов больше, чем у гусыни, а у курицы в 2 раза больше птенцов, чем у гусыни. Сколько гусят?

13. Решите уравнения.

а) $(5x - 32) : 4 = 17$

б) $92 + 56 : (14 - y) = 100$

в) $(z : 9) \cdot 15 - 47 = 28$

г) $(410 - t) : 7 + 70 = 120$

14. Составьте уравнение по каждому вопросу, затем решите.

а) При удвоении какого числа получим половину числа 148?

б) При увеличении какого числа на 3 получим утроенное число 80?

в) Из какого числа нужно вычесть 17, чтобы получить число, предшествующее числу 59?

г) Во сколько раз нужно уменьшить число 1 000, чтобы получить число на 10 меньше, чем 50?

15. Составьте задачи по данным уравнениям, полагая, что x – это цена одной хризантемы, и учитывая, что хризантемы бывают белыми, желтыми и розовыми.

а) $3x = 50 - 11$

б) $2x + 5x = 63$

в) $9x - 3x = 54$

г) $135 : x = 11 + 4$



16. Составляем числа из счетных палочек

1) Составьте из палочек число: а) XIX; б) XXIV.

Переложите одну палочку, чтобы получить число, на 2 больше данного.

2) Составьте из палочек число $\square\square L XVI$. Переложите одну палочку так, чтобы получить число, на 49 больше данного.

3) Составьте из палочек число $\square XL I$. Переложите одну палочку так, чтобы получить число, на 28 меньше данного.

4) Переложите по одной палочке так, чтобы получить истинные равенства:

а) $V - V = II$

в) $VI - V = I + I$

б) $L - I = LI$

г) $VI + I = IV$

5) Верно ли, что $IX + I = X$?

Если переписать эту запись справа налево, сохранится ли истинность?



Придумайте аналогичные игры, в которых палочки можно менять местами, убирать или добавлять.

Задания для осмысления

1. Приведите примеры жизненных ситуаций, в которых встречаются **натуральные числа**.
2. Сформулируйте и поясните на примерах свойства ряда натуральных чисел, опираясь на понятия: **наименьшее число**; **наибольшее число**; **последовательные числа**; **предшествующее число**; **последующее число**.
3. Поясните смысл понятий **разряд** и **класс**, выбрав 3 числа, принадлежащих к разным классам.
4. Расскажите в произвольной форме о **десятичной системе счисления**.
5. В каких ситуациях принято использовать римские цифры для записи натуральных чисел? Выявите различия в записи натуральных чисел **римскими** и **арабскими** цифрами.
6. Перечислите шаги алгоритма построения **числовой оси**. В чем может помочь представление ряда натуральных чисел на оси?
7. Напишите математическую заметку об использовании каждого из знаков: $=$, \neq , $<$, $>$, \leq , \geq , \approx .
8. Назовите **арифметические действия**, компоненты и результат каждого из них.
9. Сформулируйте и поясните на примерах **теорему деления с остатком**.
10. Опишите жизненные ситуации, требующие выполнения арифметических действий.
11. Назовите, аргументируя ответ, арифметические действия, которым присущ: **а) переместительный закон**; **б) сочетательный закон**; **в) нейтральный элемент**.
12. Выявите связи между действиями:
а) сложения и вычитания; **б)** умножения и деления;
в) умножения и сложения; **г)** умножения и вычитания;
д) деления и сложения; **е)** деления и вычитания.
13. Составьте примеры по **раскрытию скобок** и по **вынесению общего множителя за скобки**. Поясните выполнение этих преобразований с опорой на соответствующие свойства арифметических действий.
14. Сравните: **а)** деление без остатка и деление с остатком;
б) умножение и возведение в степень.
15. Обобщите правила о порядке выполнения арифметических действий, исходя из понятий: **порядок действия**; **скобки**.
16. Оправдайте логическую цепочку понятий: **математическое выражение**; **числовое выражение**; **буквенное выражение**; **уравнение**; **решение уравнения**.
17. Какие методы решения задач вы знаете? Выявите преимущества использования каждого из методов. Приведите аргументы.

Упражнения и задачи для повторения



1. Прочитайте в порядке возрастания числа, записанные в таблице.
- а) Выполните десятичное разложение каждого числа.
- б) Найдите приближенные значения для каждого числа, выполнив округление: до сотен; до тысяч.

Город	Оргеев	Хынчешты	Унгены
Число жителей	33 630	17 468	38 400

2. Прочитайте числа и поясните их запись:

- а) VIII, XVI, XXXII, LV, LXIV, LX, XL;
б) CX, XC, CD, DC, DXCIV, MD, MCM.

3. Выявите истинные неравенства.

$$2\ 890 < 28\ 900 \qquad 12\ 306 \geq 12\ 306 \qquad 436\ 172 \leq 297\ 300$$
$$3\ 548 > 3\ 584 \qquad 40\ 321 \geq 40\ 311 \qquad 920\ 053 \leq 920\ 530$$



Исправьте каждое ложное неравенство, изменив: а) знак сравнения; б) левую часть неравенства; в) правую часть неравенства.

4. Самое густонаселенное государство в мире – Китай. Здесь проживает около миллиарда трех сотен тысяч человек. Меньше всего жителей в Ватикане – в тысячу триста раз меньше, чем в Китае. Сколько в Ватикане жителей? На сколько меньше человек проживает в Ватикане, чем в Китае?
5. Ежесекундно на Земле рождаются трое детей. Сколько детей рождается на нашей планете: а) ежеминутно; б) ежечасно; в) ежегодно?
6. Продолжите задачу так, чтобы в ответе получить 4^6 .
На одном квартале улицы 4 четырехэтажных дома по 4 подъезда, а на каждом этаже...
7. Запишите арифметическое действие, соответствующее каждому:
- а) выражению: $a + a + a + a + a$; $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$;
б) примеру: $a - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 = 0$; $a - 5 - 5 - 5 - 5 = 2$.
8. Вычислите рациональным способом.
- а) $18 \cdot 17 + 12 \cdot 17$ б) $19 \cdot 36 - 9 \cdot 36$
в) $129 \cdot 24 + 76 \cdot 129$ г) $73 \cdot 58 - 58 \cdot 72$
9. Упростите выражения.
- а) $18a + 15a$ б) $38x + 12x + 7$
 $32b - 17b$ $60 + 25y - 14y$
 $54c - c$ $8z - 8 + 5z$
 $d + 80d$ $5m + 2n - 3m + 5n$

10. Решите уравнения.

а) $9x + 28 = 2755$

$510 + 14x = 762$

б) $5y - 97 = 943$

$410 - 7y = 151$

в) $3(x + 7) = 75$

$14(12 - x) = 70$

г) $(82 + y) : 6 = 17$

$(y - 33) : 9 = 305$

д) $111 + 2x + 29 = 10^3$

$5x + 52 - 31 = 30^2 - 19$

е) $5(y - 2) + 3 = 38$

$9 + 2(14 - y) = 15$

11. Решите задачи арифметическими методами, затем уравнениями.

а) Возраст мамы на 3 года больше, чем утроенный возраст Влада. Сколько сыну лет, если маме 36?

б) Маша купила 6 черных ручек и 8 синих, по одинаковой цене. Найдите цену ручек, зная, что девочка оплатила покупку купюрой в 100 леев и получила сдачу 16 леев.

в) Какие три последовательных числа дают в сумме 147?

12. Расположите в порядке возрастания числа x , z , m и n по их виду:

$x = \overline{abc}$; $y = \overline{abcde}$; $m = \overline{ab}$; $n = \overline{abcd}$.

13. Найдите все натуральные числа вида:

а) $\overline{x2}$; б) $\overline{2y}$; в) $\overline{1x9}$; г) $\overline{y19}$.

14. Полагая, что $m \neq n$, запишите наибольшее и наименьшее из чисел вида:

а) \overline{mnm} ; б) \overline{mnmn} ; в) \overline{mnmn} ; г) \overline{mnmnmn} .

15. Вычислите, следуя подходящему образцу, сумму всех последовательных натуральных чисел:

а) меньше, чем 11;

б) меньше, чем 16;

в) меньше либо равных 20;

г) меньше либо равных 31.

Образцы:

$$\begin{aligned} & \overbrace{0+1+2+3+4+5+6} \\ &= (1+6) + (2+5) + (3+4) = \\ &= 7+7+7 = \\ &= 3 \times 7 = 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \overbrace{0+1+2+3+4+5+6+7} \\ &= (1+7) + (2+6) + (3+5) + 4 = \\ &= 8+8+8+4 = \\ &= 3 \times 8 + 4 = 28 \end{aligned}$$

Этот оригинальный способ вычисления носит имя своего первооткрывателя – великого математика **Карла Фридриха Гаусса** (1777–1855). Интересно и то, что Гаусс придумал этот способ, будучи в вашем возрасте.



Поясните применение арифметических действий и их свойств. Составьте и решите аналогичные примеры.

16. Запишите в виде равенств:

а) a на 3 больше, чем b ;

б) a на 3 меньше, чем b ;

в) a в 4 раза больше, чем b ;

г) a в 4 раза меньше, чем b ;

д) при делении a на b получаем в частном 5 и в остатке 4.



Составьте не менее двух равенств для каждого случая.

17. Найдите в каждом ряду лишнее число: а) 100, 144, 196, 256, 316;

б) 361, 289, 225, 196, 169;

в) 0, 1, 8, 27, 64, 100, 125.

18. Число, которое читается справа налево так же, как слева направо, называется **палиндромом**. Например: 22; 141; 2552; 10 001; 23 832; 3 705 073.

а) Какой цифрой не может оканчиваться ни один палиндром?

б) Найдите вид палиндромов по количеству его цифр: 2; 3; 4; 5.

в) Сколько трехзначных палиндромов содержат цифру 5 в разряде десятков?

г) Сколько пятизначных палиндромов оканчивается цифрами 3 и 4?

19. Найдите натуральное число, записанное тремя одинаковыми цифрами, которое на 324 больше суммы своих цифр.

Указание:

Пусть a – цифра, которой записано искомое число.

Запишем условие задачи математическими выражениями:

• искомое число имеет вид: $\overline{aaa} = 100a + 10a + a$, где a – натуральное, отличное от нуля число;

• сумма цифр этого числа: $a + a + a = 3a$.

Составим уравнение: $(100a + 10a + a) - 3a = 324$.

20. Найдите натуральное число, записанное двумя последовательными цифрами, которое: а) на 45 больше суммы своих цифр;

б) в 4 раза больше суммы своих цифр.

21. – Задумай двузначное число, – предложил учитель Сергею. – Умножь сумму его цифр на 11, затем отними задуманное число от полученного результата. Сколько у тебя получилось?

– Двадцать пять.

– Так... Я знаю, какое число ты задумал.

Восстановите ход рассуждений учителя и найдите число, которое задумал Сергей.

22. Несколько учеников встали в ряд. Каждый из них, начиная со второго, взял вдвое больше кубиков, чем предыдущий. Сколько может быть в ряду ребят, если тот, кто стоит посередине, взял 2^3 кубиков?

23. Установите, может ли быть точным квадратом число вида:

а) \overline{xxuu} ;

б) \overline{xxxuuu} .

Итоговый тест

Время выполнения
работы: 45 минут

I вариант

1. Дано число 120 075.
 - а) Запишите десятичное разложение этого числа. **2**
 - б) Вычислите в столбик число, в 15 раз меньше заданного числа. **2**
 - в) Составьте истинное нестрогое неравенство, используя заданное число. **2**

2. Рассмотрите заданные выражения и выполните требования.
 - а) Вынесите общий множитель за скобки: **1**

$$25 \cdot 34 + 26 \cdot 25.$$
 - б) Раскройте скобки: **1**

$$(63 - 42) \cdot 2.$$
 - в) Определите порядок выполнения действий и вычислите: **8**

$$150\,150 - 150 \cdot [19^2 - (15^2 + 5^3)].$$

3. Сколько девочек в классе, если всего 24 ученика, а мальчиков вдвое больше, чем девочек?
 - а) Решите задачу схематическим методом. **7**
 - б) Составьте уравнение, которым решается задача. **4**
 - в) Проверьте правильность составления уравнения, используя ответ, полученный в пункте а). **3**

II вариант

1. Дано число 210 075.
 - а) Запишите десятичное разложение этого числа.
 - б) Вычислите в столбик число, в 25 раз меньше заданного числа.
 - в) Составьте истинное нестрогое неравенство, используя заданное число.

2. Рассмотрите заданные выражения и выполните требования.
 - а) Вынесите общий множитель за скобки:

$$32 \cdot 58 - 58 \cdot 25.$$
 - б) Раскройте скобки:

$$8 \cdot (59 + 63).$$
 - в) Определите порядок выполнения действий и вычислите:

$$510\,510 - 510 \cdot [18^2 - (14^2 + 4^3)].$$

3. Сколько мальчиков в классе, если всего 30 учеников, а девочек на 2 больше, чем мальчиков?
 - а) Решите задачу схематическим методом.
 - б) Составьте уравнение, которым решается задача.
 - в) Проверьте правильность составления уравнения, используя ответ, полученный в пункте а).

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	30–29	28–26	25–23	22–19	18–15	14–10	9–7	6–5	4–3	2–0

2

ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ. Множества

§1 Истинные высказывания, ложные высказывания

Исследуем и узнаем

• Алина, заглянув в тетрадь брата по математике, увидела следующие записи:

• Корова – домашнее животное. – И	• Время проходит быстро.
• Число 13 делится без остатка на 5. – Л	• Число $\frac{1}{10}$ очень маленькое.
• Луна – спутник Земли. – И	• Зима – самое красивое время года.
• Число 21 – нечетное. – И	• Днестр тяжело переплыть.
• Париж – столица Испании. – Л	

Работа в парах

- Обсудите и объясните:
 - Что означают буквы **И** и **Л**, записанные справа от предложений на первой странице тетради?
 - Почему справа от предложений на второй странице отсутствуют такие буквы?

Высказыванием (математическим) называется предложение, о котором можно сказать, истинно (**И**) оно или ложно (**Л**).

 Приведите по одному примеру истинного высказывания и ложного высказывания. Сформулируйте предложение, которое не является высказыванием.

1 У клоуна Фантика есть шляпа. – И

2 У клоуна Фантика нет шляпы. – Л



- Высказывание ② является **отрицанием высказывания** ①.
- Отрицание высказывания получается приписыванием частицы **не** перед сказуемым.
- Отрицание истинного высказывания является ложным высказыванием, отрицание ложного высказывания является истинным высказыванием.

Задания для понимания

1. Сформулируйте отрицание данных высказываний, затем определите, какое из высказываний истинное, а какое ложное.

- а) Ноль является наименьшим натуральным числом.
- б) Число 33 делится без остатка на 9.

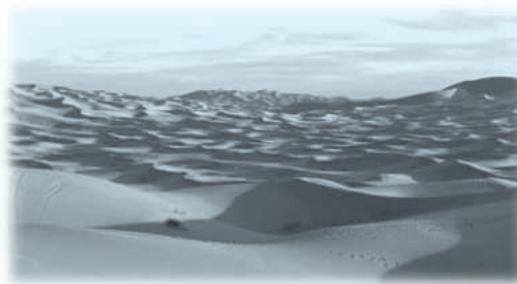
Решение:

- а) Ноль является самым маленьким натуральным числом. – **И**
 Ноль не является самым маленьким натуральным числом. –
- б) Число 33 делится без остатка на 9. –
 –

Из простых высказываний при помощи слов *и*; *или*; *если...*, *то...* можно образовать сложное высказывание.

2. Определите, какие из сложных высказываний являются истинными, а какие – ложными:

- а) Число 5 – нечетное
 и
 $5 < 7$.
- б) Пустыня Сахара находится в Европе
 или
 пустыня Сахара находится в Африке.
- в) Если сегодня вторник,
 то
 завтра будет среда.



Упражнения и задачи



1. Выберите высказывания и определите, какие из них истинны, а какие ложны.
 - а) В январе 31 день. б) В одной минуте 100 секунд.
 - в) Осень дождлива. г) Флагом Республики Молдова является триколор.
2. Какие из следующих высказываний истинны, а какие ложны?
 - а) Число 29 – нечетное.
 - б) Любое трехзначное число больше 100.

в) На рисунке изображены 6 прямоугольников.



г) 1 км = 100 м.

3. Впишите такие числа, чтобы получить истинные высказывания.

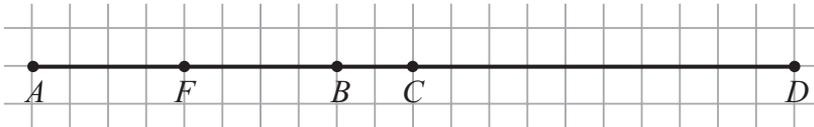
а) В году месяцев.

б) Число 18 делится без остатка на .

в) В 1 часе секунд.

г) 100 см = дм.

4. Определите при помощи рисунка, какие из высказываний истинны, а какие ложны?



а) $AB < FB$.

г) $BD = BC + CD$.

б) $AC > FB$.

д) $FC < FB + BC$.

в) $AC = AF + BC$.

е) $BC < FD$.

5. Приведите по одному примеру, подтверждающему, что высказывание ложно.

а) Квадрат любого натурального числа является четным числом.

б) В любом году 365 дней.

в) Все натуральные числа больше 1.

6. Определите, какое из высказываний истинно, а какое ложно. Сформулируйте отрицание высказывания.

а) $29 > 13$.

б) Республика Молдова находится в Азии.

в) Лев – плотоядное животное.

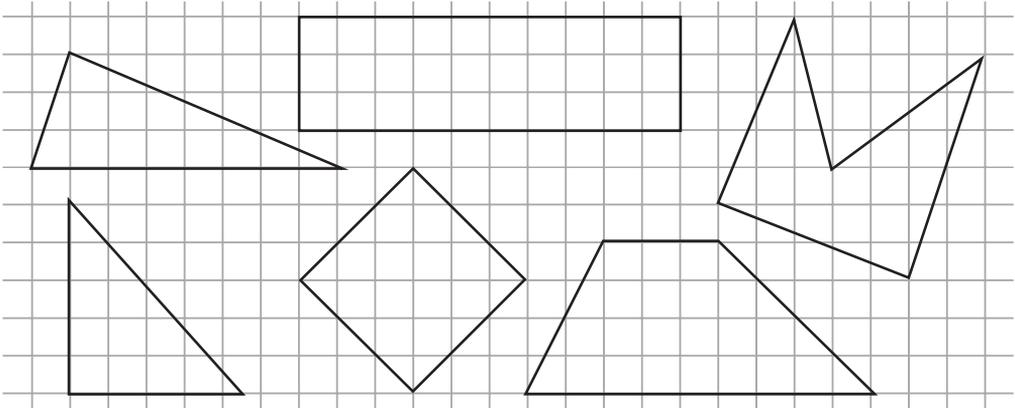
г) Квадрат числа 8 равен 88.

7. Подставьте цифры, чтобы получить истинные неравенства:

а) 321 > 4 47 > 43 2 > 501;

б) 457 > 3 22 > 33 7 > 999.

8. Определите при помощи рисунка, какие из высказываний истинны, а какие ложны.



- а) Все фигуры, изображенные на рисунке, являются четырехугольниками.
 б) Некоторые из фигур являются треугольниками.
 в) Некоторые из фигур являются окружностями.
 г) Некоторые из фигур являются прямоугольниками.
 д) Некоторые из фигур являются четырехугольниками и треугольниками.
 е) Все фигуры – это треугольники или четырехугольники.

9. Приведите по одному примеру, подтверждающему, что высказывание ложно.
- а) Если число делится без остатка на 5, то оно делится без остатка и на 10.
 б) Не существует такого натурального числа, которое при делении на 7 дает в остатке 3.
 в) Если площадь прямоугольника меньше 16 см, то длина каждой из его сторон меньше 4 см.

10. Коля, Миша, Женя и Сережа заняли первые четыре места в спортивном соревновании. Какое место занял каждый из мальчиков, если Коля не занял ни первое, ни четвертое место; Миша не занял второе место; Женя не был четвертым; результаты Сережи лучше результатов Миши, а Коля выступил лучше Сережи?



11. Впишите знак „+“, „-“, „·“ или „:“ и поставьте скобки, чтобы получить истинное высказывание:

а) $39 \square 7 \square 6 = 3;$

б) $29 \square 11 \square 17 \square 7 = 4.$

12. Расставьте скобки так, чтобы равенство стало истинным:

$$9664 : 32 - 2 \cdot 195 - 37 \cdot 5 = 3000.$$

§ 2 Множества

1. Понятие множества

Исследуем и узнаем



Стая птиц



Табун лошадей



Коллекция марок

МНОЖЕСТВА

Множество – это совокупность объектов, объединяемых по некоторому признаку. Эти объекты называются **элементами множества**.

Множества обозначают заглавными латинскими буквами: A , B , C и т. д.

Элементы множества записывают в фигурных скобках.

- В пенале у Анны лежат следующие предметы:



Множество предметов из Аниного пенала:

$M = \{\text{ручка, } \square, \square, \square, \square\}$.

Ручка является элементом множества M , а тетрадь не является элементом этого множества.

Пишем:

Ручка $\in M$.

Тетрадь $\notin M$.

Читаем:

Ручка принадлежит множеству M .

Тетрадь не принадлежит множеству M .

Возьмите на заметку

Число элементов множества A называется **кардиналом множества A** .
Обозначается: $\text{card } A$.

Множество M содержит 5 элементов. Значит, $\text{card } M = 5$.

Задания для понимания

- Дано множество $A = \{a, b, c, d\}$.

Заполните пропуски: $\text{card } A = \square$; $b \in A$; $c \square A$; $e \notin \square$; $f \square A$.

- Множество, не содержащее ни одного элемента, называется **пустым множеством**.
- Обозначаем: $A = \emptyset$.
- Таким образом, $\text{card } \emptyset = 0$.

- Рассмотрите и поясните.



Множество людей,
живущих на Луне

Множество решений
уравнения

$$0 \cdot x = 5$$



Множество общих точек
прямых a и b



Приведите пример пустого множества.

Возьмите на заметку

Множество **натуральных чисел** обозначают через \mathbb{N} :

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \dots\}.$$

Множество **ненулевых натуральных чисел** обозначают через \mathbb{N}^* :

$$\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3; \dots\}.$$

Множество можно задать:

Примеры:

1) перечислением его элементов;

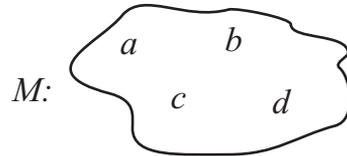
1) $A = \{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81\}$

2) словесным описанием;

2) B – это множество девочек 5-го класса.

3) диаграммой Венна–Эйлера;

3)



4) указанием характеристического свойства его элементов.

4) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 5\}$

Множество C содержит

элементы x ,

обладающие свойством:

являться натуральными числами

меньше 5.

Работа в парах

• Обсудите и задайте:

а) множество A словесным описанием;

б) множество C перечислением его элементов.



Можно ли задать множество \mathbb{N} перечислением всех его элементов? Почему?

Исследуем и узнаем

Множество натуральных чисел, которые делят число 12 без остатка:

$$D = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}.$$

Множество D является

конечным (содержит конечное число элементов).

Множество натуральных чисел, которые делятся на 12 без остатка:

$$M = \{0, 12, 24, 36, 48, \dots\}.$$

Множество M является

бесконечным (содержит бесконечное число элементов).

12

• Определите, каким является множество: **конечным** или **бесконечным**?



Множество страниц книги



Множество точек прямой l

2. Соотношения между множествами

Исследуем и узнаем

• A – множество букв в слове „нос“; $A = \{н; о; с\}$

B – множество букв в слове „сон“. $B = \{с; о; н\}$

$$A = B$$

Возьмите на заметку

Множества A и B называются **равными множествами**, если они состоят из одних и тех же элементов.

• C – множество учеников 5 „Б“ класса лицея им. Михая Еминеску.

D – множество всех учеников лицея им. Михая Еминеску.

$$C \neq D$$

Множество C составляет часть от множества D . В математике выражение „часть множества“ заменяют словом „**подмножество**“.

Записывают: $C \subset D$



Возьмите на заметку

Множество A называется **подмножеством** множества B , если любой элемент множества A является также элементом множества B .

Задание для понимания

• Пусть A – множество автомобилей муниципия Кишинэу, а B – множество автомобилей марки BMW муниципия Кишинэу.

Какие из следующих высказываний истинны, а какие ложны?



а) $A = B$;

б) $A \subset B$;

в) $B \subset A$.



Исследуем и узнаем

- Рассмотрите и заполните пробелы.



Интересы Стеллы:
 чтение
 компьютерные игры
 танцы
 музыка
 рисование



A – множество интересов Стеллы:

$A = \{\text{чтение, } \square, \square, \square, \square\}$.

Интересы Петра:
 футбол
 музыка
 компьютерные игры
 чтение
 плавание



B – множество интересов Петра:

$B = \{\text{футбол, } \square, \square, \square, \square\}$.



- а) C – множество интересов обоих детей:

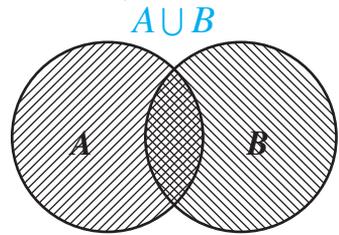
$C = \{\square, \square, \square, \square, \square, \square, \square\}$.

Множество C называется объединением множеств A и B .

Обозначают: $C = A \cup B$.

Возьмите на заметку

Объединением множеств A и B является новое множество $A \cup B$, которое содержит элементы, принадлежащие хотя бы одному из множеств A или B .



- б) D – множество общих интересов детей:

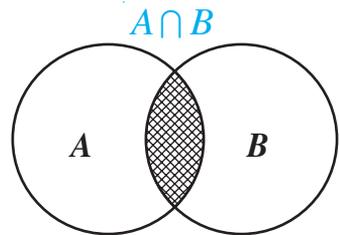
$D = \{\text{чтение, } \square, \square\}$.

Множество D называется пересечением A и B .

Обозначают: $D = A \cap B$.

Возьмите на заметку

Пересечением множеств A и B является новое множество $A \cap B$, которое содержит общие элементы множеств A и B .



- Пусть A – множество граждан Республики Молдова, B – множество космонавтов. Множества A и B не имеют общих элементов. Значит, $A \cap B = \emptyset$.

Надеемся, что в будущем это высказывание будет ложным, а вместо пропуска в выражении

$A \cap B = \{\square\}$ будет записано твое имя.

Упражнения и задачи



1. Дано множество $A = \{5, 7, 8, 13\}$. Запишите:
 - а) три элемента, принадлежащие множеству A ;
 - б) три элемента, не принадлежащие множеству A .
2. Задайте множество мальчиков вашего класса перечислением элементов.
 - а) Запишите два элемента, которые принадлежат этому множеству.
 - б) Найдите кардинал полученного множества.
3. Впишите знак \in или \notin , чтобы получить истинное высказывание.
 - а) $0 \in \mathbb{N}$;
 - б) $45 \in \mathbb{N}$;
 - в) $\frac{1}{2} \in \mathbb{N}$.
4. Задайте множество букв в слове „математика“ перечислением элементов. Сколько элементов содержит это множество?
5. Пусть M – множество двузначных натуральных чисел, сумма цифр которых равна 5.
 - а) Задайте множество M перечислением его элементов.
 - б) Найдите $\text{card } M$.
6. Пусть A – множество всех летающих существ, B – множество птиц, C – множество насекомых. Запишите два элемента, которые:
 - а) принадлежат множеству A и не принадлежат множеству B ;
 - б) принадлежат множеству B и не принадлежат множеству A ;
 - в) принадлежат множеству A и не принадлежат множеству C ;
 - г) принадлежат множеству C и не принадлежат множеству A .
7. Приведите пример пустого множества.
8. Пусть A – множество однозначных натуральных чисел, которые делятся без остатка на 2, B – множество однозначных четных чисел, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$.

Какие из следующих высказываний истинны, а какие ложны?

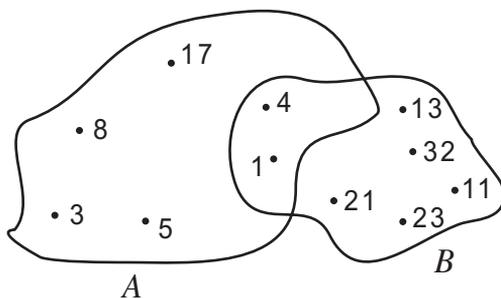
 - а) $A = B$;
 - б) $A = C$;
 - в) $B = C$;
 - г) $A \neq B$;
 - д) $A \neq C$;
 - е) $C \neq B$.
9. Пусть A – множество учебных дисциплин, изучаемых в 5-м классе, B – множество дисциплин, указанных в расписании вашего класса на понедельник.
 - а) Задайте множества A и B перечислением их элементов.
 - б) Какие из высказываний истинны: $A = B$, $A \subset B$, $B \subset A$?
10. Пусть A – множество всех животных, B – множество животных, обитающих в Республике Молдова. Какие из высказываний истинны: $A = B$, $A \subset B$, $B \subset A$?
11. Даны множества: $A = \{2, 4\}$; $B = \{2, 5, 8\}$; $C = \{5\}$; $D = \{2, 3, 5, 8\}$; $E = \emptyset$. Определите, какие из этих множеств являются подмножествами множества $M = \{2, 4, 5, 8\}$.



12. Дано множество $A = \{12, 43, 54, 31, 88, 25\}$. Запишите подмножество множества A , элементы которого обладают следующими свойствами:
- а) цифра десятков каждого числа на единицу больше цифры единиц;
 - б) сумма цифр каждого числа равна 7;
 - в) числа записаны одними и теми же цифрами;
 - г) сумма цифр каждого числа является четным числом.
13. В понедельник, среду и субботу Диана посещает школьный хор, а в четверг и в субботу – кружок танцев.
- а) Задайте перечислением элементов множество A – дней недели, когда Диана посещает школьный хор, и множество B – дней недели, когда Диана танцует.
 - б) Найдите $A \cup B$.
 - в) Найдите $A \cap B$.
14. Для множеств A , B и C из упражнения 6 запишите два элемента, которые принадлежат множеству: а) $A \cap B$; б) $A \cap C$.
15. Даны множества: $A = \{11, 13, 21, 31, 49, 55\}$, $B = \{13, 31, 48, 55\}$ и $C = \{11, 13, 21, 48\}$. Найдите:
- а) $A \cup B$;
 - б) $A \cap B$;
 - в) $A \cup C$;
 - г) $A \cap C$;
 - д) $C \cup B$;
 - е) $C \cap B$;
 - ж) $A \cap (B \cup C)$;
 - з) $A \cup (B \cap C)$.



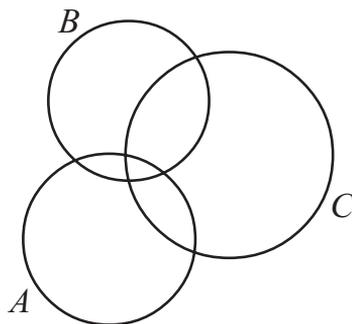
16. а) Задайте перечислением элементов множество.
- 1) $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 8\}$;
 - 2) $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 \leq x < 9\}$;
 - 3) $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 5 \leq x \leq 12\}$.
- б) Найдите кардинал каждого из множеств A , B и C .
- в) Запишите множество M , содержащее элементы, которые принадлежат всем трем множествам: A , B и C .
17. Рассмотрите диаграммы и:
- а) перечислите элементы множеств A и B ;
 - б) задайте множество C , элементами которого являются элементы, принадлежащие множеству A и не принадлежащие множеству B ;
 - в) задайте множество M , содержащее общие элементы множеств A и B .



18. Укажите пустые множества.
 A – множество отличников вашего класса;
 B – множество учеников вашего класса, у которых все отметки по математике – 5;
 C – множество крокодилов реки Днестр;
 D – множество натуральных чисел x таких, что $x+5=0$;
 E – множество чисел, которые делятся без остатка на 11.
19. Пусть M – множество цифр числа 347523, D – множество цифр числа 742535. Определите, являются ли множества M и D равными.
20. Запишите все подмножества множества букв в слове „книга”.
21. Дано множество $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 17\}$. Запишите подмножества B , C и D множества A так, чтобы: множество B содержало все четные числа множества A ; множество C содержало бы все числа множества A , которые делятся без остатка на 5; множество D содержало бы все двузначные нечетные числа множества A .
22. Даны множества: $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{N}, 1 \leq x < 7\}$, $C = \{x | x \in \mathbb{N}, x \text{ – четное число}\}$. Найдите:
 а) $A \cup B$; б) $A \cap B$; в) $A \cap C$; г) $C \cap B$.

23. Перечертите диаграмму в тетрадь и закрасьте часть:

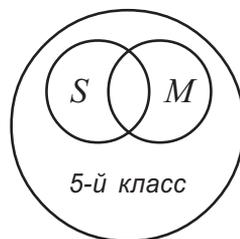
- а) $A \cup B$; б) $A \cap B$;
 в) $C \cup B$; г) $A \cap C$;
 д) $C \cap (A \cap B)$; е) $(A \cap B) \cup C$;
 ж) $A \cap (B \cup C)$; з) $A \cup (B \cup C)$.



24. Элементы множества, за исключением одного, обладают характеристическим свойством. Определите это свойство и исключите лишний элемент.

- а) {корова, коза, овца, лев, свинья};
 б) {Париж, Лондон, Вашингтон, Бухарест, Одесса};
 в) {1, 4, 9, 18, 25, 36};
 г) {3, 6, 9, 15, 27}.

25. В 5-м классе учатся 25 учеников. Из них 15 посещают математический кружок, 11 – спортивную секцию, а остальные 4 не посещают ни кружок, ни секцию. Сколько учеников 5-го класса посещают кружок и секцию? Решите задачу, применив диаграмму, изображенную справа.



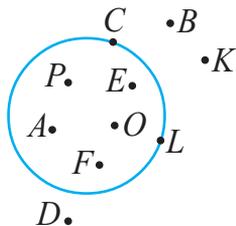
Задания для осмысления

1. Что называется высказыванием (математическим)?
2. Что означают буквы **И** и **Л** для высказывания (математического)?
3. Любое ли предложение является высказыванием?
4. Приведите по одному примеру истинного высказывания и ложного высказывания.
5. Сформулируйте предложение, которое не является высказыванием.
6. Как можно получить отрицание исходного высказывания? Приведите примеры.
7. Какое высказывание получим, отрицая истинное высказывание? А отрицая ложное высказывание? Приведите примеры.
8. Какие слова применяются для составления сложных высказываний? Приведите примеры.
9. Приведите примеры множеств из повседневной жизни.
10. Как называются объекты, образующие множество?
11. Как обозначают множество?
12. Что называется кардиналом множества?
13. Как обозначают кардинал множества A ?
14. Приведите примеры множеств, кардинал которых равен:
а) 0; б) 1; в) 5; г) 10; д) 31; е) 2010.
15. Приведите примеры пустого множества.
16. Какие множества обозначаются через \mathbb{N} и \mathbb{N}^* ?
17. Как обозначают пустое множество?
18. Как можно задать множество? Приведите примеры.
19. Приведите по одному примеру конечного множества и бесконечного множества.
20. Какие множества называются равными? Приведите примеры.
21. Что называется подмножеством множества? Приведите примеры.
22. Какие операции над множествами вы знаете?
23. Что является объединением двух множеств? А большего числа множеств? Приведите примеры.
24. Что является пересечением двух множеств? А большего числа множеств? Приведите примеры.
25. Сформулируйте по одному истинному и ложному высказыванию, относящемуся к множествам.

Упражнения и задачи для повторения



1. Определите, какие из высказываний истинны, а какие ложны.
 - а) В Республике Молдова учебный год начинается 1 сентября.
 - б) Каникулы у учеников только зимой и летом.
 - в) Любой прямоугольник является четырехугольником.
 - г) Любой четырехугольник является прямоугольником.
2. Впишите число, чтобы получить истинное высказывание.
 - а) $4\ 345 > 43 \square 8$;
 - б) $391 \square > 3918$;
 - в) $93 \square 6 < 9312$;
 - г) $2 \square 09 < 2010$.
3. Пусть M – множество точек, принадлежащих внутренней области окружности.
 - а) Определите точки, принадлежащие множеству M .
 - б) Какие точки не принадлежат множеству M ?
4. При помощи слов „конечно“ или „бесконечно“ получите истинное высказывание:
 - а) Множество натуральных чисел \square .
 - б) Множество натуральных двузначных чисел \square .
 - в) Множество натуральных чисел, меньших, чем 50 \square .
 - г) Множество натуральных чисел, больших, чем 100 \square .
5. Задайте множество перечислением его элементов и найдите кардинал этого множества.
 - а) Множество натуральных чисел, расположенных на числовой оси между числами 48 и 55.
 - б) Множество натуральных чисел, цифрой единиц которых является 3 и которые расположены на числовой оси между числами 18 и 55.
 - в) Множество натуральных чисел, расположенных на числовой оси между числами 48 и 55 и являющихся квадратами натуральных чисел.
 - г) Множество натуральных чисел, расположенных на числовой оси между числами 48 и 55 и которые делятся без остатка на 8.
6. Даны множества: $A = \{3, 7, 11, 15\}$ и $B = \{2, 5, 7, 15, 21\}$. Определите:
 - а) $A \cup B$;
 - б) $A \cap B$.



7. Впишите число и получите истинное высказывание.
 - а) Произведение всех натуральных чисел от 1 до 10 оканчивается нулями.
 - б) Произведение всех натуральных чисел от 15 до 24 оканчивается нулями.
 - в) Произведение всех натуральных чисел от 10 до 30 оканчивается нулями.

8. Определите характеристическое свойство элементов множества и дополните его двумя элементами.

а) $A = \{11, 22, 33, 44, \dots\}$;

в) $C = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$;

б) $B = \{1, 10, 100, 1000, \dots\}$;

г) $D = \{2, 4, 8, 16, \dots\}$.

9. Даны множества: $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 10 \leq x < 14\}$, $B = \{10, 11, 12, 13\}$, $C = \{11, 12, 13\}$, $D = \{10, 11, 12, 13, 14\}$.

Впишите знак „=“ или „ \subset “ и получите истинное высказывание.

а) $A \square B$; б) $C \square A$; в) $B \square D$; г) $C \square B$.

10. Пусть A – множество натуральных чисел, которые делятся без остатка на 4, а B – множество натуральных чисел, у которых цифра единиц равна 5. Найдите $A \cap B$.

11. Даны множества: $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, x < 9\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, \text{ где } x \text{ – натуральное однозначное число}\}$, $C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 1 \leq x < 4\}$. Найдите:

а) $A \cup B$;

б) $A \cup C$;

в) $B \cup C$;

г) $A \cap B$;

д) $A \cap C$;

е) $B \cap C$;

ж) $A \cap B \cap C$;

з) $C \cup (A \cap B)$.

12. Все подруги Даниелы ухаживают за комнатными цветами: 6 подруг – за кактусами, 5 подруг – за фиалками. У двоих из ее подруг есть и кактусы, и фиалки. При помощи диаграммы найдите, сколько подруг у Даниелы.



13. На столе расположили шарики в два ряда. В первом ряду – 7 шариков на расстоянии 3 см друг от друга, а во втором ряду – 10 шариков на расстоянии 2 см друг от друга. Какое из следующих высказываний истинное?

а) Первый ряд длиннее второго.

б) Первый ряд короче второго.

в) Оба ряда одинаковой длины.

14. Впишите знаки „ \cdot “ или „+“ так, чтобы полученное высказывание стало истинным:

а) $1 \square 2 \square 3 \square 4 \square 5 = 100$; б) $10 \square 20 \square 30 \square 40 \square 60 = 1000$.

15. Из всех учеников 5-го класса 12 любят читать книги о приключениях, 18 – фантастику, 3 ученика предпочитают литературу обоих жанров, а один ученик не любит читать. Сколько учеников в 5-м классе?

Итоговый тест

Время выполнения
работы: 45 минут

I вариант

1. Определите, какие из высказываний истинны, а какие ложны.

а) Республика Молдова имеет границу с Румынией;

б) 3 часа = 300 минут.

2. Даны множества:

$$A = \{3, 4, 5, 6\}, B = \{1, 2, 3\},$$

$$C = \{6, 9\}, D = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, x \leq 3\},$$

$$G = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 3 \leq x < 6\}.$$

а) Задайте множества D и G перечислением элементов.

б) Впишите знак „ $=$ “ или „ \subset “, чтобы получить истинное высказывание.

$$B \quad \square \quad D; \quad G \quad \square \quad A.$$

в) Найдите $A \cup B, A \cap C, D \cap G$.

г) Найдите множество $P = (A \cap B) \cup C$.

д) Определите характеристическое свойство элементов множества P .

3. Рассмотрите диаграмму.



а) Обведите букву, рядом с которой стоит соответствующая ей запись.

A $A \subset B$

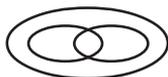
B $B \subset A$

C $A = B$

D $A \cap B = \emptyset$

б) Перерисуйте диаграмму и расположите на ней в виде точек 5 элементов во множествах A и B так, чтобы выполнялись условия:
 $\text{card } A = 4; \text{ card } B = 5$.

в) Используя диаграмму, решите задачу.



Группа туристов отдыхает в горах. Известно, что 7 из них катаются на сноуборде, 9 – на лыжах, 3 – на лыжах и сноуборде, а 2 вообще не умеют кататься. Сколько туристов в этой группе?

II вариант

1. Определите, какие из высказываний истинны, а какие ложны.

а) Республика Молдова имеет границу с Российской Федерацией;

б) 3 года = 36 месяцев.

2. Даны множества:

$$A = \{7, 9\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5\},$$

$$C = \{1, 3, 5, 6, 7\}, D = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, x < 6\},$$

$$G = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 7 \leq x \leq 9\}.$$

а) Задайте множества D и G перечислением элементов.

б) Впишите знак „ $=$ “ или „ \subset “, чтобы получить истинное высказывание.

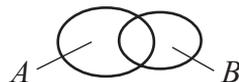
$$B \quad \square \quad D; \quad A \quad \square \quad G.$$

в) Найдите $B \cup C, A \cap C, D \cap G$.

г) Найдите множество $Q = A \cup (B \cap C)$.

д) Определите характеристическое свойство элементов множества Q .

3. Рассмотрите диаграмму.



а) Обведите букву, рядом с которой стоит соответствующая ей запись.

A $A \subset B$

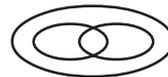
B $A = B$

C $A \cap B = \emptyset$

D $A \cap B \neq \emptyset$

б) Перерисуйте диаграмму и расположите на ней в виде точек 5 элементов во множествах A и B так, чтобы выполнялись условия:
 $\text{card } A = 2; \text{ card } B = 4$.

в) Используя диаграмму, решите задачу.



Ученики 5-го класса на каникулах посетили театр и музей. Известно, что в театре побывали 16 учеников, в музее – 13 учеников, 10 учеников посетили и театр, и музей, а 5 учеников не принимали участие ни в одном из этих мероприятий. Сколько учащихся в этом классе?

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	25–24	23–22	21–19	18–16	15–11	10–8	7–6	5–4	3–2	1–0

3

Делимость

§ 1 Делитель. Кратное

Исследуем и узнаем

• У Деда Мороза в мешке 36 подарков. Дедушка Мороз задумался: „Смогу ли я поделить поровну эти подарки между 12 детьми? А между 15 детьми? А между 18?“

Поможем Деду Морозу найти ответы на эти вопросы.



Решение:

- Эти 36 подарков можно поделить поровну между 12 детьми, так как $36 : 12 = 3$.
- Эти 36 подарков поровну между 15 детьми, так как $36 : 15 = \text{}$ (ост.).
- Между 18 детьми поровну эти 36 подарков, так как $36 : \text{} = \text{}$.

Говорим, что число 12 является **делителем** числа 36.

Обозначаем:

$$\begin{array}{r} 36 : 12, \text{ или} \\ 12 \overline{) 36} \end{array}$$

Читаем:

36 **делится на** 12, или 36 **кратно** 12.
12 **делит** 36, или 12 **делитель** 36.

Аналогично: число 18 является **делителем** числа 36.

Обозначаем:

$$\begin{array}{r} 36 : 18, \text{ или} \\ 18 \overline{) 36} \end{array}$$

Читаем:

36 **делится на** 18, или 36 **кратно** 18.
18 **делит** 36, или 18 **делитель** 36.

Говорим, что число 15 не является **делителем** числа 36.

Обозначаем:

$$\begin{array}{r} 36 \overline{) 15}, \text{ или} \\ 15 \overline{) 36} \end{array}$$

Читаем:

36 **не делится на** 15, или 36 **не кратно** 15.
15 **не делит** 36, или 15 **не является делителем** 36.

Возьмите на заметку

- Натуральное число b является **делителем** натурального числа a , если существует натуральное число c такое, что $a = b \cdot c$.
- Ненулевое натуральное число b является делителем натурального числа a , если a делится без остатка на b .

Применяем и объясняем

• Впишите соответствующее число и прочитайте полученное истинное высказывание:

а) : 5;

б) $16 : \text{■}$;

в) $3 | \text{■}$;

г) $\text{■} | 24$;

д) $8 \nmid \text{■}$;

е) $\text{■} \nmid 11$;

ж) $\text{■} \nmid 18$;

з) $7 \nmid \text{■}$.

Обозначаем множество делителей натурального числа a через D_a .



Впишите соответствующие числа и прокомментируйте:

а) $D_8 = \{1, 2, 4, 8\}$; б) $D_3 = \{1, 3\}$; в) $D_{12} = \{1, \text{■}, \text{■}, \text{■}, \text{■}, \text{■}\}$.

- Рассмотрите и поясните.
- Множество делителей ненулевого натурального числа конечно.
- Число 1 является делителем любого натурального числа.

Исследуем и узнаем

• В каждой коробке конфет „Метеорит“ по 12 конфет.

- а) Можно ли купить ровно 24 конфеты?
б) А 36 конфет?
в) А 27 конфет?



Решение:

а) Да $\rightarrow 24 = 12 \cdot 2$

б) $\text{■} \rightarrow 36 = \text{■} \cdot \text{■}$

в) Нет $\rightarrow 27 \nmid 12$

Говорим:

24 кратно числу 12.

36 кратно числу 12.

27 не кратно числу 12.

Возьмите на заметку

Натуральное число b **кратно** натуральному числу a , если b делится без остатка на a .

Обозначаем множество кратных натурального числа a через M_a .

Пример:

$0 : 7 = 0$ (остаток 0), $7 : 7 = 1$ (остаток 0), $14 : 7 = 2$ (остаток 0), $21 : 7 = 3$ (остаток 0), ... Следовательно, $M_7 = \{0, 7, 14, 21, 28, 35, \dots\}$.



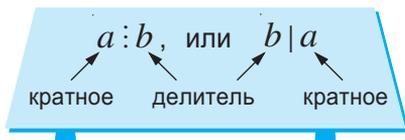
Впишите соответствующие числа и прокомментируйте.

а) $M_4 = \{0, 4, 8, \dots\}$; б) $M_{11} = \{0, \square, \square, \dots\}$; в) $M_{20} = \{0, \square, \square, \dots\}$.

Возьмите на заметку

1. Множество кратных ненулевого натурального числа бесконечно.
2. Число 0 кратно любому натуральному числу.

Обобщаем



Упражнения и задачи



1. Прочтите.

- а) $15 : 1$; б) $28 : 7$; в) $80 : 40$; г) $0 : 2010$; д) $9 \nmid 10$;
 е) $8 \mid 56$; ж) $10 \nmid 101$; з) $5 \nmid 21$; и) $11 \nmid 2010$; к) $15 \mid 225$.

2. Запишите, используя математические символы.

- а) 9 является делителем 36; б) 40 делится на 8;
 в) 11 не является делителем 65; г) 29 не делится на 3.

3. Вместо многоточия впишите слово „делит“ или „кратно“, чтобы получить истинное высказывание.

- а) 1 ... 64; б) 12 ... 48;
 в) 30 ... 6; г) 4 ... 2;
 д) 50 ... 50; е) 0 ... 121.

4. Истинно или Ложно?

- а) 5 делитель 60; б) 0 делит 33;
 в) 0 кратен 68; г) 104 кратно 4;
 д) 28 кратно 28; е) 88 не делит 8;
 ж) 66 не кратно 11; з) 2012 делит 5.



5. Найдите множество.

- а) D_{18} ; б) D_{11} ; в) D_{50} ;
 г) D_1 ; д) D_{92} ; е) D_{65} .

6. Задайте множество, полученное из первых пяти чисел, кратных числу:
 а) 5; б) 7; в) 10; г) 15; д) 20.
7. Найдите множество.
 а) $D_8 \cup D_4$; б) $D_8 \cap D_4$; в) $D_{12} \cup D_{15}$; г) $D_{12} \cap D_{15}$;
 д) $D_3 \cup D_{21}$; е) $D_3 \cap D_{21}$; ж) $D_{10} \cup D_{30}$; з) $D_{10} \cap D_{30}$.
8. Найдите множество.
 а) $M_5 \cap M_7$; б) $M_6 \cap M_9$; в) $M_{11} \cap M_{21}$; г) $M_6 \cap D_6$; д) $D_{10} \cap M_{10}$.
9. Запишите множество двузначных чисел, которые кратны:
 а) 8; б) 10; в) 11; г) 15.
10. Запишите в порядке возрастания все делители числа:
 а) 30; б) 40; в) 50; г) 80; д) 100.



11. Дано множество $M = \{4, 1, 3, 2, 5, 8, 6, 7, 10, 15\}$.
 Перечислите элементы множеств:
 $A = \{x \mid x \in M \text{ и } x \mid 18\}$;
 $B = \{x \mid x \in M \text{ и } 45 \vdots x\}$;
 $C = \{x \mid x \in M \text{ и } x \not\vdots 9\}$;
 $D = \{x \mid x \in M \text{ и } 20 \not\vdots x\}$.
12. Используя цифры 4, 7, 0, запишите все различные трехзначные натуральные числа, делящиеся на 2.
13. Используя цифры 3, 5, 0, запишите все различные трехзначные натуральные числа, делящиеся на 5.
14. Даны числа: 18, 27, 60, 44, 45, 90, 42, 180, 135, 540.
 а) Перечертите в тетрадь и заполните таблицу.

Числа из списка, которые делятся	
на 2	
на 3	
на 5	
на 9	
на 10	

- б) Какие из этих чисел делятся на 6; на 20; на 30?
15. У Димы есть 90 леев. На всю эту сумму он должен купить тетради одного наименования. В магазине продаются тетради по цене 4 лея, 5 леев и 6 леев. По какой цене может купить тетради Дима?

16. Даны числа: 21, 60, 45, 90, 33, 12, 102, 2010, 99, 100.

а) Перечертите в тетрадь и заполните таблицу.

Числа из списка, которые кратны
2
3
5
9
10

б) Какие из этих чисел кратны 6; 20; 30?

17. Найдите натуральное число, которое делится и на 8, и на 13.

18. Найдите натуральное число, которое кратно 7 и 11.

19. Какие числа, расположенные между числами 219 и 281, делятся на 2? На 5? На 10?

20. Запишите число 32 в виде произведения:

а) двух чисел, которые делятся на 4;

б) двух чисел, одно из которых делится на 4, а другое не делится на 4.

21. Задайте перечислением элементов множества:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x : 6 \text{ и } 11 \leq x \leq 38\}; \quad B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 8 \mid x \text{ и } x \leq 40\};$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, (x-1) : 10 \text{ и } x < 61\}; \quad D = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 18 \text{ и } 5 \mid (x+13)\}.$$

22. Можно ли покупку в 120 леев оплатить только банкнотами достоинством: 1 лей; 5 леев; 10 леев; 20 леев; 50 леев; 100 леев?

23. Пусть $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \text{ делитель числа } 36\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x - \text{ кратен } 4 \text{ и } x \leq 24\}$. Найдите:

а) $A \cup B$;

б) $A \cap B$.

24. Истинно или Ложно?

а) $5 \in D_{15} \cap D_6$;

б) $4 \notin D_{10} \cup D_{12}$;

в) $6 \in M_{12} \cup M_4$;

г) $7 \notin M_7 \cap M_{14}$;

д) $5 \in M_{10} \cup D_{10}$;

е) $2 \notin M_{11} \cup D_{12}$.



25. Делится ли число 123123 на число 123?

26. Покажите, что число $6^{12} - 4^8$ делится на 10.

27. Запишите все числа вида $\overline{4*83*}$, которые делятся на 3 и на 5.

28. Впишите вместо x такую цифру, чтобы получить истинное высказывание:

а) $\overline{13x} : 3$;

б) $5 \mid \overline{225x}$;

в) $\overline{3x2x} : 2$;

г) $\overline{6x5x} : 10$.

§2 Признаки делимости

1. Признак делимости на 2

Исследуем и узнаем

• В 5 „А“ классе 34 ученика, а в 5 „Б“ – 35 учеников. На уроке физкультуры для проведения эстафеты учеников построили по парами.

а) Все ли ученики 5 „А“ класса участвовали в эстафете?

б) Принимали участие в эстафете все ученики 5 „Б“ класса?



Решение:

а) $34 : 2 = 17 \rightarrow$ в эстафете участвовали все ученики 5 „А“.

Заметим: Последней цифрой числа 34 является 4 и $34 : 2$.

б) $35 : 2 = 17$ (ост. 1) \rightarrow не все ученики 5 „Б“ класса принимали участие в эстафете.

Заметим: Последней цифрой числа 35 является 5 и $35 \not\div 2$.



Заполните таблицу и сделайте вывод:

Число	Последняя цифра числа	Число делится на 2
20	0	Да
12	2	Да
34	4	
106	6	
28	8	
21	1	

Если запись натурального числа a оканчивается цифрой 0, 2, 4, 6 или 8, то число a делится на 2.

Если натуральное число делится на 2, то оно оканчивается цифрой 0, 2, 4, 6 или 8.

Последняя цифра числа a :
0, 2, 4, 6, 8

$\Leftrightarrow a : 2$

Возьмите на заметку

Признак делимости на 2. Натуральное число делится на 2 тогда и только тогда, когда оно оканчивается цифрой 0, 2, 4, 6 или 8.

- Числа, которые делятся на 2, называются **четными**.
- Числа, которые не делятся на 2, называются **нечетными**.



Заполните.

Четные числа → 0, 2, 4, 6, 8, , , , , ,

Нечетные числа → 1, 3, 5, 7, 9, , , , ,

Задания для понимания

1. Впишите такие четные натуральные числа, чтобы получить истинное высказывание.

$$24 < \square < \square < \square < 102.$$

2. Впишите такие нечетные натуральные числа, чтобы получить истинное высказывание.

$$\square < 35 < \square < \square < 77.$$

2. Признак делимости на 5

Исследуем и узнаем

- Найдите закономерность и заполните пропуски.

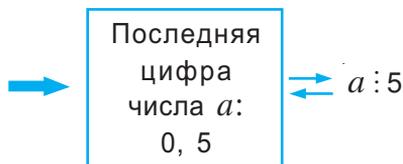


Заметим:

Числа 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 делятся на 5 и оканчиваются цифрой 0 или 5.

Если запись натурального числа a оканчивается цифрой 0 или 5, то число a делится на 5.

Если натуральное число делится на 5, то оно оканчивается цифрой 0 или 5.



Возьмите на заметку

Признак делимости на 5. Натуральное число делится на 5 тогда и только тогда, когда оно оканчивается цифрой 0 или 5.

Примеры:

$$2 \boxed{5} : 5; \quad 3 \boxed{4} \not\div 5;$$

$$60 \boxed{0} : 5; \quad 49 \boxed{8} \not\div 5.$$

Применяем и объясняем

1. Впишите трехзначные натуральные числа, которые делятся на 5.

$$\square > \square > 125 > \square > 105.$$

2. Подставьте вместо * такую цифру, чтобы получить истинное высказывание: а) $12* : 5$; б) $68* \div 5$; в) $120* : 5$; г) $4* \div 5$.

3. Признак делимости на 10

Исследуем и узнаем

• В первый день на фабрике игрушек изготовили 560 плюшевых зайчат, которых надо расфасовать в коробки по 10 штук.

На второй день на фабрике игрушек изготовили 648 плюшевых зайчат, которых надо также расфасовать в коробки по 10 штук.

Удалось ли расфасовать всех зайчат в первый день? Во второй день?

Решение:

I день: $560 : 10 = \square$ (коробок) $\rightarrow 560 : 10 \rightarrow$ Да

II день: $648 : 10 = \square$ (ост. \square) $\rightarrow 648 \not\div 10 \rightarrow$ Нет



Найдите закономерность и заполните пропуски.

а) $\square 0 : 10 \xrightarrow{+10} \square 10 : 10 \xrightarrow{+10} \square 20 : 10 \xrightarrow{+10} \square : \square \xrightarrow{+10} \square : \square$

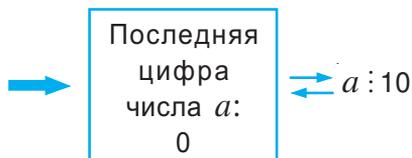
б) $201\square : 10$ $2\square \not\div 10$ $3\square \not\div 10$ $5\square \square 10$ $20\square \square 10$

$54\square \square 10$ $7\square \square 10$ $308\square 10$ $99\square 10$ $3\square \square 10$

Что вы заметили?

Если запись натурального числа a оканчивается цифрой 0, то число a делится на 10.

Если натуральное число делится на 10, то оно оканчивается цифрой 0.



Возьмите на заметку

Признак делимости на 10. Натуральное число делится на 10 тогда и только тогда, когда оно оканчивается цифрой 0.

Применяем и объясняем

Измените порядок цифр числа 503 так, чтобы полученное число:

- а) делилось на 2;
- б) делилось на 5;
- в) делилось на 10.

Сколько решений у задачи в каждом случае?

Упражнения и задачи



- Впишите цифру, чтобы получить истинное высказывание.
 - $\square : 2$;
 - $3 \square \not\div 2$;
 - $2 \square 4 : 2$;
 - $7 \square \not\div 2$;
 - $5 \square 3 \not\div 2$;
 - $42 \square : 2$;
 - $6 \square 5 \not\div 2$;
 - $19 \square : 2$.
- Запишите пять натуральных чисел, которые делятся на 2.
- Запишите в порядке возрастания.
 - 6 четных чисел;
 - 8 четных чисел.
- Запишите в порядке убывания.
 - 6 нечетных чисел;
 - 8 нечетных чисел.
- Приведите примеры использования четных или нечетных чисел в повседневной жизни.
- Впишите одну цифру и получите истинное высказывание.
 - $4 \square : 5$;
 - $21 \square : 5$;
 - $2 \square 4 \not\div 5$;
 - $23 \square \not\div 5$;
 - $\square 80 : 5$;
 - $62 \square \not\div 5$;
 - $3 \square 5 : 5$;
 - $3 \square \not\div 5$.
- Впишите такую цифру, чтобы полученное число делилось на 5.
 - $25 \square + 18$;
 - $4 \square + 327$;
 - $3 \square 1 + 14$;
 - $400 + 2 \square$.
- Истинно или Ложно?*
 - $2010 : 10$;
 - $681 : 10$;
 - $4\ 205 \not\div 10$;
 - $790 : 10$;
 - $92 : 10$;
 - $40\ 000 : 10$.
- Впишите такую цифру, чтобы полученное число делилось на 10.
 - $23 \square + 19$;
 - $6 \square 8 + 12$;
 - $489 - 4 \square$;
 - $14\ 601 - 75 \square$.



- Составьте из чисел 6, 7, 8, 9, 10 как можно больше сумм, которые будут делиться на:
 - 2;
 - 5;
 - 10.

11. Впишите одну цифру, чтобы полученное высказывание стало истинным.

а) $34 \square \in M_2$;

б) $34 \square \in M_5$;

в) $34 \square \in M_{10}$;

г) $6 \square 0 \in M_2$;

д) $6 \square 0 \in M_5$;

е) $6 \square 0 \in M_{10}$.

12. Дано число: 1) 605; 2) 540.

Измените порядок цифр так, чтобы полученное число делилось на:

а) 2; б) 5; в) 10.

Сколько решений у задачи?

13. Перечертите в тетрадь и заполните таблицу, отвечая на вопрос о делимости числа a на 2; на 5; на 10.

а)

a	2	5	10
86	да	нет	нет
105			
60			
2 010			
35			
287			
99			
200			

б)

a	2	5	10
94	да	нет	нет
810			
78			
1999			
36			
3 002			
455			
203			

14. Запишите в порядке возрастания все натуральные числа от 1 до 40. Подчеркните красным карандашом каждое второе число, синим карандашом – каждое пятое число. Какие числа будут подчеркнуты красным карандашом? А какие синим? Какие числа будут подчеркнуты обоими карандашами? Назовите числа, которые не делятся ни на 2, ни на 5.

15. Используя закономерность, выявленную в предыдущем задании, дополните высказывания.

Если число делится на \square и на \square , то оно делится и на 10.

Если число делится на 10, то оно делится на \square и на \square .

16. Запишите, используя цифры:

1) 0, 2 и 5; 2) 8, 0 и 5

все трехзначные числа, которые делятся:

а) на 2; б) на 5; в) на 10.

17. Найдите числа, кратные числу:

1) 2; 2) 5; 3) 10

и удовлетворяющие неравенству:

а) $25 < x < 81$;

б) $10 \leq x < 60$;

в) $90 < t \leq 105$;

г) $16 \leq t \leq 52$?



18. Переложите одну спичку так, чтобы равенство стало верным и в правой части было четное число.

а) $XI + VII = V$ б) $XII - VII = V$

• Переложите одну спичку так, чтобы равенство стало верным и в правой части было нечетное число.

а) $III + IX = X$ б) $XV + IV = X$

19. Запишите число 48 в виде произведения:

- а) двух чисел, которые делятся на 4;
- б) двух чисел, одно из которых делится на 4, а второе нет;
- в) четного числа на нечетное число.

20. а) Может ли четное натуральное число делиться на нечетное натуральное число?

б) Может ли нечетное натуральное число делиться на четное натуральное число?

21. Сформулируйте критерий делимости на 100, 1000, 10000 и т. д.

22. Найдите все натуральные числа вида $\overline{4x5y}$, которые делятся на

- а) 2; б) 5; в) 10.

23. а) Покажите, что для любого $n \in \mathbb{N}^*$ число $10^n + 5^n$ делится на 5;

б) Покажите, что для любого $n \in \mathbb{N}$ число $16^n + 2^n$ делится на 2.

24. Покажите, что для любого натурального числа n число $9^{4n} - 7^{4n}$ делится на 10.

25. Придумайте задачи, подобные задачам 15, 21, 22.



Задача для чемпионов

26. Участники спартакиады четыре раза выстраивались в колонны: вначале по 5 человек, затем по 6 человек, потом по 12 человек и в последний раз – по 15 человек. Сколько было участников, если известно, что их было больше 900, но меньше 1000?

Задания для осмысления

1. При каком условии натуральное число b является делителем натурального числа a ?
2. Какое обозначение используется в случае, когда натуральное число b является делителем натурального числа a ?
3. Как обозначается множество делителей натурального числа a ?
4. Является ли множество делителей натурального числа a бесконечным? Аргументируйте.
5. Назовите двузначное натуральное число и определите множество его делителей.
6. При каком условии натуральное число b кратно натуральному числу a ?
7. Какое обозначение используется в случае, когда натуральное число b кратно натуральному числу a ?
8. Как обозначается множество кратных натурального числа a ?
9. Является ли множество кратных натурального числа конечным? Аргументируйте.
10. Назовите двузначное натуральное число и перечислите несколько кратных ему чисел.
11. Какие из натуральных чисел до 20 имеют только два натуральных делителя?
12. Какое натуральное число имеет только один делитель? Какое натуральное число имеет бесконечное количество делителей?
13. Сформулируйте признак делимости на 2.
14. Какие натуральные числа называются четными?
15. Какие натуральные числа называются нечетными?
16. Приведите примеры использования четных или нечетных чисел в повседневной жизни.
17. Сформулируйте признак делимости на 5.
18. Приведите примеры применения признаков делимости на 2, на 5, на 10 из других школьных дисциплин.
19. Сформулируйте признак делимости на 10.
20. *Истинно или Ложно?*
 - а) Любое число, делящееся на 2, делится и на 5.
 - б) Любое число, делящееся на 5, делится и на 2.
 - в) Любое число, делящееся на 10, делится и на 5.
 - г) Любое число, делящееся на 5, делится и на 10.



Упражнения и задачи для повторения



1. Вместо многоточия впишите слово „делит“ или „кратно“, чтобы получить истинное высказывание.
- а) 4 ... 64; б) 5 ... 100; в) 1 ... 33;
г) 0 ... 2010; д) 54 ... 54; е) 7 ... 1.
2. Прочтите: $24 : 12$; $70 : 14$; $31 \nmid 2$; $3 \nmid 15$; $4 \mid 60$; $10 \mid 100$; $7 \nmid 48$; $13 \nmid 55$.
3. Дано число: а) 3; б) 12; в) 84.
1) Определите: D_3 ; D_{12} ; D_{84} .
2) Запишите по 5 кратных каждому из чисел: 3, 12, 84.
4. Впишите необходимую цифру.
- а) $25 \square \in M_2$; б) $6 \square \in M_5$; в) $35 \square \in M_{10}$.
5. Найдите множества.
- а) $D_{10} \cap D_8$; б) $D_{24} \cap D_{36}$; в) $D_{35} \cap D_{40}$; г) $D_{18} \cap D_3$;
д) $D_{16} \cap D_{34}$; е) $M_3 \cap M_6$; ж) $M_5 \cap M_6$; з) $M_6 \cap M_9 \cap M_{12}$.
6. Пусть M – множество натуральных чисел, расположенных между числами 126 и 148. Найдите подмножества множества M , содержащие:
- а) числа, кратные 2; б) числа, кратные 3; в) числа, кратные 5;
г) числа, кратные 6; д) числа, кратные 10; е) числа, кратные 15.
7. Запишите в тетради последовательность чисел.
- 1) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20;
2) 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32.
- Подчеркните цветными карандашами:
- а) красным – числа, кратные 2; б) синим – числа, кратные 5;
в) зеленым – числа, кратные 10; г) черным – числа, кратные 3;
д) желтым – числа, кратные 9; е) коричневым – числа, кратные 4.
8. 150 леев можно разменять на одинаковое количество банкнот достоинством в 5 леев и в 10 леев следующим образом: $10 \cdot 10$ леев + $10 \cdot 5$ леев. Разменяйте аналогично: а) 210 леев; б) 285 леев; в) 465 леев.
9. Впишите такие четные натуральные числа, чтобы получить истинное высказывание:
- $\boxed{104} > \square > \square > \square > \square$.
10. Впишите такие нечетные натуральные числа, чтобы получить истинное высказывание:
- $\square < \boxed{101} < \square < \square < \square$.

11. Впишите одну цифру, чтобы получить истинное высказывание.
- а) $25 \square : 2$; $17 \square \not\div 2$; $2 | 78 \square$; $2 \nmid 46 \square$;
 б) $58 \square : 5$; $39 \square \not\div 5$; $5 | 60 \square$; $5 \nmid 11 \square$;
 в) $4 \square : 10$; $64 \square \not\div 10$; $10 | 345 \square$; $10 \nmid 444 \square$.
12. Дано число: 1) 540; 2) 750.
- а) Измените порядок цифр так, чтобы полученное число делилось на 2. Сколько решений у задачи?
 б) Выполните те же действия так, чтобы полученное число делилось на 5.
 в) Выполните те же действия так, чтобы полученное число делилось на 10.
-
13. Найдите все натуральные числа a такие, что $160 < a < 190$, и число a – кратно числу: а) 2; б) 5; в) 10; г) 3; д) 15.
14. Перечислите элементы множеств.
- а) $A = \{x | x \in \mathbb{N}, \overline{25x4} : 2\}$; б) $B = \{x | x \in \mathbb{N}, 18 \leq x \leq 28 \text{ и } x : 5\}$;
 в) $C = \{x | x \in \mathbb{N}, 60 < x \leq 85 \text{ и } x : 10\}$; г) $D = \{x | x \in \mathbb{N}, \overline{3x5} : 10\}$;
 д) $E = \{x | x \in \mathbb{N}, \overline{9x} \not\div 2\}$; е) $F = \{x | x \in \mathbb{N}, 24 \leq x \leq 31 \text{ и } x \not\div 5\}$.
15. Запишите множество натуральных чисел вида $\overline{2a7b}$, которые делятся и на 2, и на 5.
16. Впишите одну цифру, чтобы полученный результат делился на:
 1) 2; 2) 5; 3) 10.
- а) $4 \cdot 63 \square + 14$; б) $2 \cdot 14 \square - 10$;
 в) $34 \square : 5 + 15$; г) $58 \square : 10 - 25$.
17. Папа купил продукты на 265 леев. Сможет ли он расплатиться за эту покупку только банкнотами достоинством в 5 леев? А банкнотами достоинством в 10 леев? А банкнотами достоинством в 5 леев и в 10 леев?
18. Даны три натуральных числа, два из которых делятся на 10, а третье – нет. Определите, какие из высказываний истинны, а какие ложны:
 а) Сумма этих трех чисел делится на 10.
 б) Сумма этих трех чисел не делится на 10.
 в) Произведение этих трех чисел делится на 10.
 г) Произведение этих трех чисел не делится на 10.
19. У продавца есть банкноты достоинством в 5 леев и в 10 леев. Сколькими способами он может дать сдачу в 50 леев?



20. Пусть $A = \{n \mid n \in \mathbb{N}, n = \overline{ab}, 4 \mid n \text{ и } 9 \mid n\}$ и $B = \{n \mid n \in \mathbb{N}, n = \overline{ab}, n - \text{точный квадрат и } 6 \nmid n\}$. Найдите:
 а) $A \cup B$; б) $A \cap B$.

21. Зная, что $n \in \mathbb{N}$, определите, какие из следующих чисел четные, а какие – нечетные:
 а) $2n+1$; б) $2n+3$; в) $4n+6$; г) $n(n+1)$; д) $n(n+3)$.

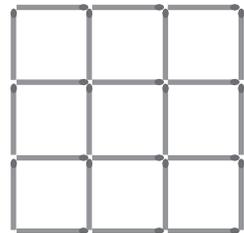
22. При одном полном обороте колеса велосипедист перемещается на 2 м.
 а) Сколько совершилось полных оборотов колеса, если велосипедист переместился на 10 м?
 б) Сколько полных оборотов колеса, если велосипедист преодолел 1 км?



23. Проверьте, верно ли, что $624 : 4$, $1000 : 4$, $132 : 4$ и $184 : 4$.
 Сделайте вывод и сформулируйте признак делимости на 4.
24. а) Запишите наибольшее десятизначное число, составленное из различных цифр. Делится ли это число на 2; на 5; на 10?
 б) Запишите наименьшее десятизначное число, составленное из различных цифр. Делится ли это число на 2; на 5; на 10?



25. Фигура, изображенная на рисунке, образована из 24 спичек.
 а) Уберите 4 спички так, чтобы осталось 5 квадратов.
 б) Уберите 10 спичек так, чтобы осталось 2 квадрата.
 в) Составьте задачи, похожие на задачи пунктов а) и б), и предложите их решить своим одноклассникам.



26. Из 15 спичек постройте фигуру, состоящую из 5 квадратов той же величины. Уберите 3 спички так, чтобы осталось 3 квадрата.



Задача для чемпионов

27. Решите математические ребусы.

$$\begin{aligned} \text{ДА} + \text{ДА} + \text{ДА} &= \text{МДА}; \\ \text{ИНА} + \text{ИАН} &= \text{АНИ}. \end{aligned}$$

I вариант

1. Известно, что альбом стóит 65 леев, а книга – 40 леев.

а) Впишите в рамку букву **И**, если высказывание истинно, или букву **Л**, если оно ложно:

$65 : 10. \quad \boxed{}$

$40 \nmid 2. \quad \boxed{}$

$120 \text{ кратно } 40. \quad \boxed{}$

б) Найдите $D_{65} \cap D_{40}$.

в) Дополните, чтобы получить истинное высказывание.

$250 : 65 = \boxed{} \text{ (остаток } \boxed{} \text{)}.$

г) Найдите, сколько альбомов и сколько книг по указанным выше ценам может купить Санду, если у него 250 леев. Укажите все возможные варианты.

2. Дано числовое выражение:

$$7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2^3.$$

а) Найдите значение числового выражения.

б) Впишите в рамку один из терминов „четное“, „нечетное“, чтобы получить истинное высказывание.

Число, полученное в пункте а), является $\boxed{}$ числом.

в) Поставьте скобки в выражение так, чтобы полученный результат делился на 5. Обоснуйте.

II вариант

1. Известно, что плитка шоколада „Dor“ стóит 15 леев, а плитка шоколада „Corona“ – 18 леев.

а) Впишите в рамку букву **И**, если высказывание истинно, или букву **Л**, если оно ложно:

$15 : 2. \quad \boxed{}$

$18 \nmid 10. \quad \boxed{}$

$54 \text{ кратно } 18. \quad \boxed{}$

б) Найдите $D_{15} \cap D_{18}$.

в) Дополните, чтобы получить истинное высказывание.

$120 : 18 = \boxed{} \text{ (остаток } \boxed{} \text{)}.$

г) Найдите, сколько плиток шоколада по указанным выше ценам может купить Лучия, если у нее 120 леев. Укажите все возможные варианты.

2. Дано числовое выражение:

$$11 \cdot 5 + 20 : 5 - 3^2.$$

а) Найдите значение числового выражения.

б) Впишите в рамку один из терминов „четное“, „нечетное“, чтобы получить истинное высказывание.

Число, полученное в пункте а), является $\boxed{}$ числом.

в) Поставьте скобки в выражение так, чтобы полученный результат делился на 10. Обоснуйте.

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	33–31	30–28	27–25	24–20	19–15	14–10	9–7	6–4	3–2	1–0

4

Обыкновенные дроби

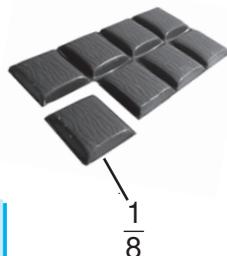
§1 Понятие дроби

1. Что такое дробь?

- Шоколад разделили на 8 равных частей.



Дана взяла одну часть, то есть восьмую часть шоколада.



<p>Пишем:</p> $\frac{1}{8}$	<p>Читаем:</p> <p>одна восьмая, или восьмая часть.</p>
-----------------------------	--

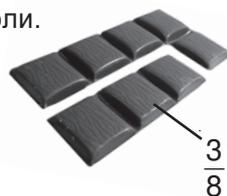
Возьмите на заметку

Часть от целого, разделенного на равные части, называется **долей**.



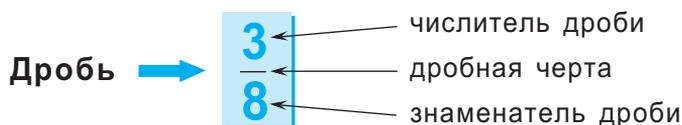
Миша взял 3 части шоколада, значит, он взял 3 доли.

<p>Пишем:</p> $\frac{3}{8}$	<p>Читаем:</p> <p>три восьмых.</p>
-----------------------------	------------------------------------



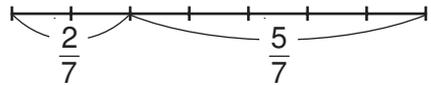
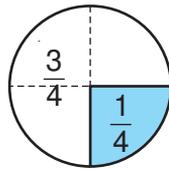
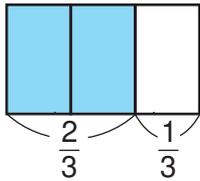
Возьмите на заметку

- Доля или сумма нескольких одноименных долей называется **дробью**.



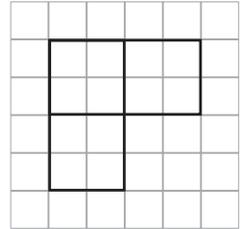
- **Знаменатель дроби** показывает, на сколько равных частей поделено целое.
- **Числитель дроби** показывает, сколько таких частей взято.

Дроби можно изобразить с помощью следующих рисунков:



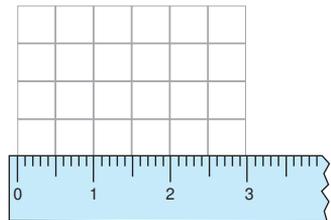
Математическое ателье

1. Постройте квадрат со стороной 1 см. Закрасьте $\frac{1}{4}$ квадрата различными способами.
2. На рисунке изображены $\frac{3}{7}$ всей фигуры. Восстановите всю фигуру.



- Дробь можно получить:
 - измерением

Например, длина стороны клеточки тетрадного листа равна половине сантиметра, то есть ее длина равна $\frac{1}{2}$ см.



- действием деления



Как поровну разделить 3 яблока между 4 друзьями? Разделим каждое яблоко на 4 равные части, и каждому из друзей достанется по 3 части. Значит, $3 : 4 = \frac{3}{4}$ (яблока).

Примеры:

$$2 : 9 = \frac{2}{9}; \quad 7 : 3 = \frac{7}{3}; \quad 8 : 2 = \frac{8}{2} = 4;$$

$$5 : 1 = \frac{5}{1} = 5; \quad 12 : 12 = \frac{12}{12} = 1.$$

Возьмите на заметку

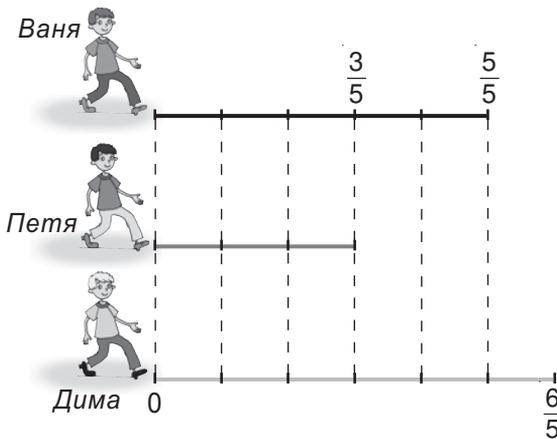
- Любую дробь можно записать в виде $\frac{a}{b}$, где $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}^*$.
- Так как деление на 0 не имеет смысла, то знаменатель дроби не может равняться 0!

2. Правильные и неправильные дроби

• Расстояние, которое проходит Петя от школы до дома, составляет $\frac{3}{5}$ расстояния, которое проходит Ваня от школы до дома. Дима проходит от школы до дома $\frac{6}{5}$ расстояния, которое проходит Ваня. Кто живет ближе всех к школе: Петя или Ваня, Ваня или Дима?

Решение:

Изобразим отрезком расстояние от школы до Ваниного дома и разделим это расстояние на 5 равных частей.



Расстояние, которое проходит Ваня, составляет $\frac{5}{5} = 1$.

Расстояние, которое проходит Петя, составляет $\frac{3}{5}$.

Так как $3 < 5$, то $\frac{3}{5} < 1$.

Расстояние, которое проходит Дима, составляет $\frac{6}{5}$.

Так как $6 > 5$, то $\frac{6}{5} > 1$.

Ответ: Петя живет ближе к школе, чем Ваня, а Дима – дальше, чем Ваня.

У дроби $\frac{3}{5}$ числитель меньше знаменателя ($3 < 5$), поэтому $\frac{3}{5} < 1$.

Такую дробь называют **правильной** (меньше 1).

У дроби $\frac{5}{5}$ числитель равен знаменателю, поэтому $\frac{5}{5} = 1$. Такую дробь называют **неправильной** (равной 1).

У дроби $\frac{6}{5}$ числитель больше знаменателя ($6 > 5$), поэтому $\frac{6}{5} > 1$. Такую дробь называют **неправильной** (больше 1).

Примеры:

$\frac{1}{2}$ – правильная дробь

$\frac{8}{8}$ – неправильная дробь
равная единице

$\frac{11}{7}$ – неправильная дробь

Если $a < b$, то $\frac{a}{b} < 1$.

$\frac{a}{a} = 1$.

Если $a > b$, то $\frac{a}{b} > 1$.

Возьмите на заметку

Дробь называется:

правильной, если числитель меньше знаменателя;

неправильной равной 1, если числитель равен знаменателю;

неправильной, если числитель больше знаменателя.

Применяем и объясняем

Поставьте знаки сравнения.

$$\frac{7}{8} \bullet 1$$

$$\frac{2}{3} \bullet 1$$

$$\frac{9}{9} \bullet 1$$



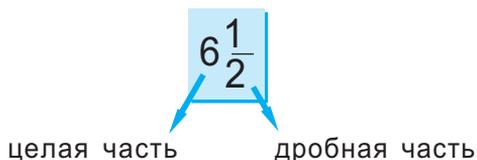
$$\frac{7}{8} \bullet \frac{3}{3}$$

$$\frac{2}{2} \bullet \frac{7}{7}$$

$$\frac{2}{3} \bullet \frac{10}{10}$$

3. Выделение целой части из дроби

• Степа измерил длину своей комнаты шагами. В результате у него получилось 6 с половиной шагов.

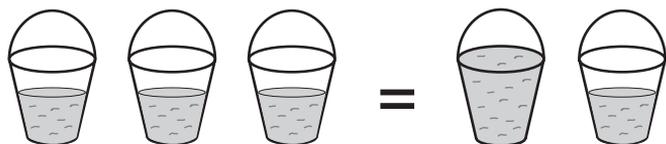


<i>Пишем:</i> $6\frac{1}{2}$	<i>Читаем:</i> шесть целых и одна вторая.
---------------------------------	---

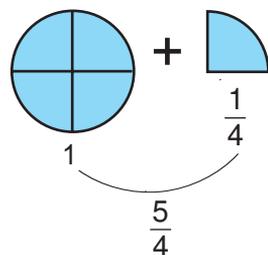
• Миша и Алина должны полить два дерева одинаковым количеством воды, имея три полных ведра одинаковой емкости.

Алина предложила вылить по половине из каждого ведра под каждое дерево.

Миша предложил вылить по одному ведру под каждое дерево и еще по половине ведра воды. Кто из ребят прав?



$$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$



Представление неправильной дроби в виде целой части и дробной части называется **выделением целой части из дроби**.

- Выделите целую часть из неправильной дроби $\frac{17}{3}$.

Решение:

Выполним деление числителя на знаменатель: $17 : 3 = 5$, ост. 2 ($17 = 3 \cdot 5 + 2$).

$$\frac{17}{3} = 5 \frac{2}{3}$$

числитель (делимое) новый числитель (остаток)
 знаменатель (делитель) целое (частное) знаменатель

Возьмите на заметку

Чтобы выделить целую часть из неправильной дроби, надо разделить числитель дроби на ее знаменатель.

- ① Частное будет целой частью.
- ② Остаток (если он есть) дает новый числитель.
- ③ Знаменатель остается без изменений.

Примеры:

$$\frac{13}{12} = 1 \frac{1}{12};$$

$$\frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2};$$

$$\frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4}.$$

Упражнения и задачи

1. Прочтите дроби.

а) $\frac{1}{2}$;

б) $\frac{2}{5}$;

в) $\frac{3}{7}$;

г) $\frac{9}{10}$;

д) $\frac{21}{11}$;

е) $\frac{25}{26}$;

ж) $\frac{100}{101}$;

з) $\frac{17}{16}$.

Назовите числитель и знаменатель каждой дроби.

2. Запишите в виде дроби.

а) одна седьмая;

б) три десятых;

в) семь двадцать четвертых;

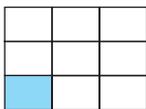
г) шесть одиннадцатых.

3. Какую долю от каждой фигуры составляет закрашенная часть?

а)



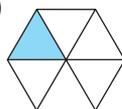
б)



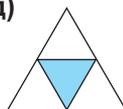
в)



г)



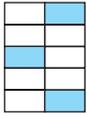
д)



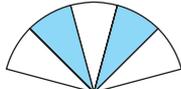
4. Постройте квадрат со стороной 5 см. Разделите его на 5 равных частей. Закрасьте $\frac{2}{5}$ квадрата. Какая часть квадрата осталась незакрашенной?

5. Постройте окружность, затем разделите ее на 8 равных частей. Закрасьте $\frac{5}{8}$ окружности. Какая часть окружности осталась незакрашенной?

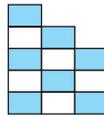
6. С помощью дроби запишите, какая часть фигуры закрашена, а какая – незакрашена.



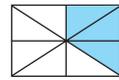
а)



б)



в)



г)

7. Дополните предложение словами, чтобы получить истинное высказывание. Если отрезок разделили на 10 равных частей, то одна из этих частей называется ... и обозначается как ..., две из этих частей называются ... и обозначаются как ..., семь из этих частей называются ... и обозначаются как ...

8. Запишите в виде дроби.

а) $8 : 13$; б) $2 : 5$; в) $1 : 18$; г) $8 : 21$; д) $27 : 28$;
е) $10 : 11$; ж) $99 : 101$; з) $17 : 2$; и) $14 : 2$; к) $49 : 83$.

9. Выберите из дробей $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{12}{13}$, $\frac{20}{19}$, $\frac{15}{13}$, $\frac{33}{41}$, $\frac{23}{17}$:

а) правильные; б) неправильные равные 1; в) неправильные.

10. Какие из дробей $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{11}$, $\frac{13}{13}$, $\frac{15}{4}$, $\frac{21}{21}$, $\frac{31}{43}$, $\frac{6}{6}$:

а) больше 1; б) меньше 1; в) равны 1?

11. Запишите четыре дроби:

а) равные 1; б) больше 1; в) меньше 1.

12. Дано множество $M = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{5}{4}, \frac{2}{3}, \frac{7}{11}, \frac{9}{9}, \frac{25}{13} \right\}$. Запишите:

а) подмножество правильных дробей множества M ;
б) подмножество неправильных дробей множества M .

13. При помощи чисел 1, 3, 5, 8, 11 запишите пять неправильных дробей.

14. Числами 1, 5, 8, 15, 17 запишите пять правильных дробей.

15. Пусть длина отрезка AB равна 5 см. Постройте отрезок, длина которого составляет:

а) $\frac{2}{5}$ длины отрезка AB ; б) $\frac{7}{5}$ длины отрезка AB .

16. Прочтите числа: $5\frac{2}{3}$; $7\frac{1}{4}$; $9\frac{2}{7}$; $1\frac{12}{13}$; $6\frac{8}{9}$; $12\frac{3}{8}$; $4\frac{4}{5}$; $31\frac{1}{10}$.

Укажите целую и дробную части каждого числа.

17. Запишите числа в виде обыкновенной дроби:

- а) три целых и две седьмых;
- б) десять целых и восемь одиннадцатых;
- в) сто две целых и две сотых;
- г) двадцать три целых и три двенадцатых.

18. Перечертите в тетрадь и заполните таблицу.

Дробь	Делимое	Делитель	Частное	Остаток	Целая часть и дробная часть
$\frac{11}{4}$	11	4	2	3	$2\frac{3}{4}$
$\frac{9}{7}$					
	31	3			

19. Впишите число, чтобы получить истинное высказывание.

- а) $\frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$, так как $13 : 3 = 4$, ост.
- б) $\frac{32}{5} = \text{■}$, так как $32 : 5 = 6$, ост. 2;
- в) $\frac{27}{7} = \text{■}$, так как $27 : 7 = 3$, ост.
- г) $\frac{19}{8} = \text{■}$, так как $19 : 8 = \text{■}$, ост.

20. Впишите число, чтобы получить истинное высказывание.

- а) $\frac{33}{5} = \text{■}\frac{3}{5}$;
- б) $\frac{29}{8} = 3\frac{\text{■}}{8}$;
- в) $\frac{42}{5} = 8\frac{\text{■}}{5}$;
- г) $\frac{54}{\text{■}} = 10\frac{\text{■}}{5}$.

21. Выделите целую часть из дроби.

- а) $\frac{11}{4}$;
- б) $\frac{47}{6}$;
- в) $\frac{38}{13}$;
- г) $\frac{99}{8}$;
- д) $\frac{120}{11}$;
- е) $\frac{105}{5}$;
- ж) $\frac{117}{100}$;
- з) $\frac{124}{4}$.



22. Запишите дробь, у которой:

- а) числитель 15, а знаменатель – на 7 больше числителя;
- б) знаменатель 51, а числитель – на 15 меньше знаменателя;
- в) знаменатель 7, а числитель – на 3 меньше знаменателя;
- г) числитель 27, а знаменатель – в 3 раза меньше числителя.

23. Ученики проводят в школе 5 часов в день. Какую часть суток ученики проводят в школе?
24. В стихотворении 5 строф. Света выучила 4 строфы. Какую часть стихотворения выучила Света?
25. В книге 55 страниц. Вася прочитал 17 страниц. Какую часть книги прочитал Вася?
26. Из 2 кг муки мама испекла 9 одинаковых калачей. Сколько килограммов муки пришлось на один калач?
27. Сравните.
- а) 3 и $\frac{31}{15}$; б) 7 и $\frac{50}{6}$; в) $\frac{29}{3}$ и 9; г) $\frac{111}{6}$ и 17.
28. Запишите все правильные дроби, у которых знаменатель равен:
а) 7; б) 5.
29. Запишите все неправильные дроби, у которых числитель равен:
а) 6; б) 8.



30. Кто запишет как можно больше дробей, поменяв местами цифры так, чтобы:

- а) из правильной дроби $\frac{109}{110}$ получить неправильную дробь;
б) из неправильной дроби $\frac{111}{109}$ получить правильную дробь?

31. Запишите в виде дроби, затем выделите целую часть.
- а) 7:5; б) 26:9; в) 87:12;
г) 17:7; д) 37:10; е) 523:100.
32. Андрей начал смотреть телепередачу, которая длится $\frac{9}{4}$ часа. Досмотрит ли Андрей телепередачу до конца, если ему через 2 часа нужно уходить на тренировку?

33. Запишите число 7 в виде дроби со знаменателем:

- а) 2; б) 5; в) 7; г) 10.

34. Впишите число, чтобы получить истинное высказывание.

- а) $3 = \frac{3}{\square}$; б) $5 = \frac{\square}{3}$; в) $9 = \frac{\square}{9}$; г) $1 = \frac{50}{\square}$.

35. Запишите все дроби, числитель которых принадлежит множеству $A = \{3; 5; 14\}$, а знаменатель принадлежит множеству $B = \{0; 13; 22\}$.
36. Сережа сказал своему младшему брату, что длительность большой перемены в школе составляет $\frac{1}{96}$ суток. Помогите младшему брату посчитать, сколько минут длится большая перемена.
37. Найдите все значения числа n , $n \in \mathbb{N}^*$, при которых дробь:
- $\frac{n+2}{4}$ будет правильной;
 - $\frac{n2}{91}$ будет неправильной;
 - $\frac{n8}{31}$ будет правильной;
 - $\frac{25}{2n}$ будет неправильной.

38. Найдите все значения x , принадлежащего множеству $M = \left\{1\frac{2}{3}; 9\frac{1}{7}; \frac{23}{4}; \frac{24}{7}; 4\frac{2}{11}; \frac{26}{5}; \frac{23}{10}\right\}$, для которых верно неравенство: $2 < x < 6$.

39. На свой день рождения Аня решила угостить своих одноклассников конфетами, причем каждому из них должно достаться не меньше двух конфет. Сколько одинаковых коробок конфет понадобится Анне, если у нее 34 одноклассника, а в каждой коробке по 18 конфет?



40. За минуту велосипедист проезжает $\frac{1}{4}$ км. Успеет ли он за полчаса проехать 7 км?

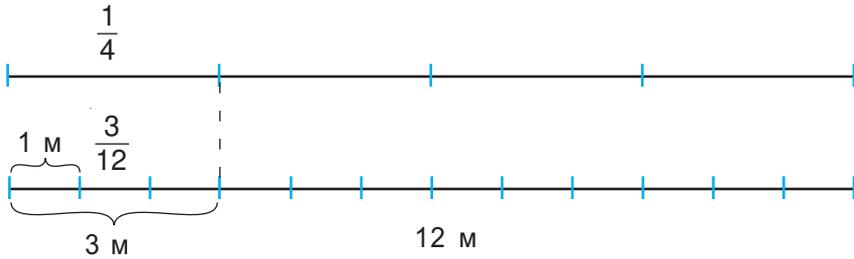
§2 Сравнение дробей

1. Равные дроби

- От веревки длиной 12 м Миша должен отрезать 3 м, но у него нет необходимых измерительных инструментов. Его брат предложил ему отрезать $\frac{1}{4}$ часть веревки. Прав ли брат?



Решение:



Ответ: Да.



Как можно на практике отрезать $\frac{1}{4}$ часть веревки?

Заметим, что $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$. Такие дроби называются **равными**.

Возьмите на заметку

Две дроби называются **равными**, если они представляют одну и ту же часть от целого.



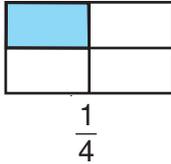
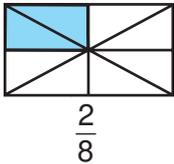
Обозначаем:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Читаем:

дроби $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ – равны.

Замечаем и делаем выводы



$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4} \rightarrow 2 \cdot 4 = 8 \cdot 1$$

$$3 \cdot 8 = 4 \cdot 6 \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

Возьмите на заметку

Дроби $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$ равны, если $a \cdot d = b \cdot c$.

Примеры:

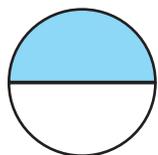
а) $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$, так как $2 \cdot 10 = 5 \cdot 4$;

б) $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$, так как $1 \cdot 9 = 3 \cdot 3$;

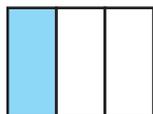
в) $\frac{3}{4} \neq \frac{2}{5}$, так как $3 \cdot 5 \neq 4 \cdot 2$.

2. Основное свойство дроби. Сокращение дробей

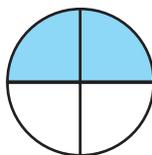
Исследуем и узнаем



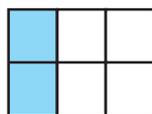
$$\frac{1}{2}$$



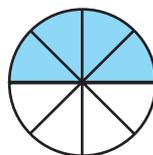
$$\frac{1}{3}$$



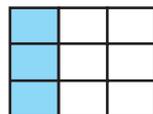
$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{2}{6}$$



$$\frac{4}{8}$$



$$\frac{3}{9}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$$

$$\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4};$$

$$\frac{2 : 2}{4 : 2} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

$$\frac{1 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{3}{9};$$

$$\frac{3 : 3}{9 : 3} = \frac{1}{3};$$

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

Возьмите на заметку

- **Основное свойство дроби.** Числитель и знаменатель дроби можно умножить на одно и то же ненулевое натуральное число.
- **Сократить дробь** – значит, разделить числитель и знаменатель дроби на одно и то же ненулевое натуральное число.
- Применяв основное свойство дроби или сокращая дробь, получим дробь, равную исходной.

Применяем и объясняем

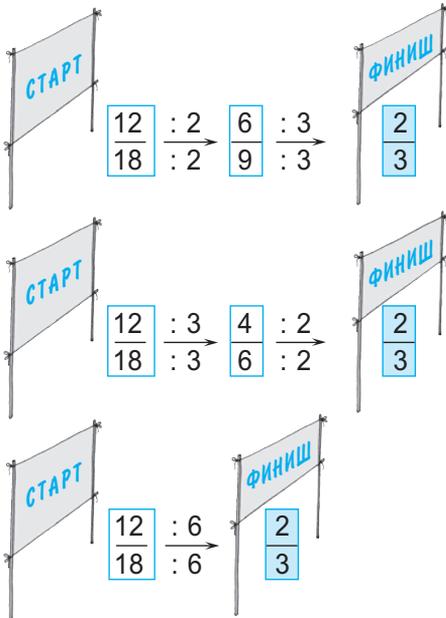
- Умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{4}{7}$ на 3:

$${}^3)\frac{4}{7} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{12}{21}.$$
- Сокращаем дробь $\frac{8}{20}$ на 4:

$$\frac{8}{20} \stackrel{(4)}{=} \frac{8 : 4}{20 : 4} = \frac{2}{5}.$$
- Дробь $\frac{4}{17}$ нельзя сократить, так как единственным общим делителем чисел 4 и 17 является 1.
- Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{5}{11}$ на 6.
- Сократите дробь $\frac{25}{30}$ на 5.

Возьмите на заметку

- Дробь называется **несократимой**, если общий делитель числителя и знаменателя равен 1.
- В противном случае дробь называется **сократимой**.



- Сократите дробь $\frac{72}{96}$ до несократимой дроби.

Решение:

I способ

$$\frac{72}{96} \stackrel{(2)}{=} \frac{36}{48} \stackrel{(2)}{=} \frac{18}{24} \stackrel{(3)}{=} \frac{9}{12} \stackrel{(3)}{=} \frac{3}{4}$$

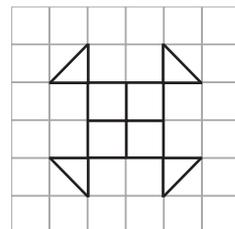
II способ

Так как $72 = 2^3 \cdot 3^2$, а $96 = 2^5 \cdot 3$, то наибольший общий делитель чисел 72 и 96 равен $2^3 \cdot 3 = 24$.

Значит, $\frac{72}{96} \stackrel{(24)}{=} \frac{3}{4}$.

Математическое ателье

1. Перерисуйте рисунок и закрасьте его $\frac{1}{3}$.
2. Сделайте вывод.



$\frac{12}{36}, \frac{3}{9}, \frac{25}{50}, \frac{2}{4}$ Сократимые дроби	$\frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{8}{13}, \frac{2}{11}$ Несократимые дроби
--	--



Используя рисунок, определите способ, применив который можно быстрее сократить дробь $\frac{12}{18}$ до несократимой дроби.

3. Представление дробей на числовой оси.

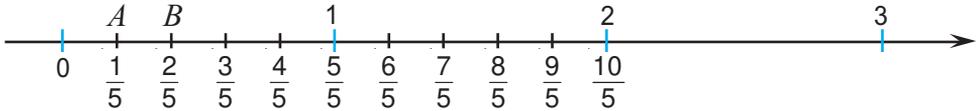
Сравнение дробей с одинаковыми знаменателями или с одинаковыми числителями

- Дан играл $\frac{1}{5}$ перемены, а $\frac{2}{5}$ перемены ел бутерброд. Какому занятию Дан уделит больше времени?



Решение:

Отметим на числовой оси дроби $\frac{1}{5}$ и $\frac{2}{5}$, разделив единичный отрезок на 5 равных частей. Каждая часть соответствует $\frac{1}{5}$ единичного отрезка.



Получим $\frac{1}{5} < \frac{2}{5}$, так как точка $A\left(\frac{1}{5}\right)$ расположена на числовой оси левее точки $B\left(\frac{2}{5}\right)$. Заметим, что из двух чисел меньше то число, которое расположено левее на числовой оси. Тогда $\frac{1}{5} < \frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{4}{5} < \frac{5}{5}$.

Ответ: Так как $\frac{1}{5} < \frac{2}{5}$, то Дан больше времени ел бутерброд.

Возьмите на заметку

Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та дробь, числитель которой больше.

- Мама попросила Вику купить продукты. За хлеб Вика заплатила $\frac{3}{20}$ всех денег, за молоко – $\frac{6}{20}$, за овощи – $\frac{7}{20}$, а за мороженое – $\frac{2}{20}$ всех денег. За какую покупку Вика заплатила больше всего денег, а за какую – меньше всего?

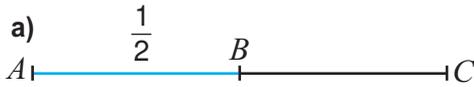
Решение:

$$\frac{2}{20} < \frac{3}{20} < \frac{6}{20} < \frac{7}{20}.$$

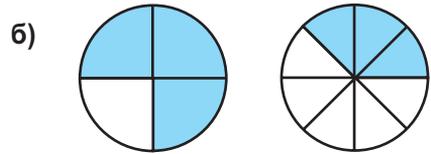
Ответ: Меньше всего денег Вика заплатила за мороженое, а больше всего – за .



• Рассмотрите рисунки и сделайте вывод, как сравнивают дроби с одинаковыми числителями.



$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$$



$$\frac{3}{4} > \frac{3}{8}$$

Возьмите на заметку

Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та дробь, знаменатель которой меньше.

Упражнения и задачи



1. Дана дробь $\frac{6}{14}$. Какую дробь, равную данной, получим, если числитель и знаменатель этой дроби умножить на: а) 4; б) 10; в) 8?

2. **И** Истинно или Ложно?



а) $\frac{2}{7} = \frac{8}{28}$; б) $\frac{3}{5} = \frac{6}{15}$; в) $\frac{4}{9} = \frac{12}{27}$; г) $\frac{5}{8} = \frac{10}{40}$; д) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$.

3. Запишите дробь, равную дроби $\frac{2}{6}$, знаменатель которой равен:

а) 12; б) 24; в) 60; г) 3; д) 36.

4. Запишите дробь, равную дроби $\frac{8}{20}$, знаменатель которой равен:

а) 10; б) 5; в) 60; г) 100; д) 40.

5. Впишите число, чтобы получить верное равенство.

а) $\frac{2}{3} = \frac{\square}{18}$; б) $\frac{4}{5} = \frac{20}{\square}$; в) $\frac{\square}{8} = \frac{2}{16}$; г) $\frac{10}{\square} = \frac{40}{44}$.

6. Впишите дроби, чтобы получить верное равенство.

а) $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \dots$; б) $\frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \dots$; в) $\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 3}{9 \cdot 3} = \dots$;
 г) $\frac{18}{20} = \frac{18 : 2}{20 : 2} = \dots$; д) $\frac{12}{21} = \frac{12 : 3}{21 : 3} = \dots$; е) $\frac{20}{70} = \frac{20 : 10}{70 : 10} = \dots$

7. Впишите число, чтобы получить верное равенство.

а) $\frac{15^{(5)}}{35} = \frac{15 : 5}{35 : \square} = \frac{\square}{\square}$;

б) $\frac{16^{(8)}}{40} = \frac{16 : \square}{40 : 8} = \frac{\square}{\square}$;

в) $\frac{27^{(9)}}{36} = \frac{27 : \square}{36 : \square} = \frac{3}{4}$;

г) $\frac{8^{(8)}}{48} = \frac{8 : \square}{48 : \square} = \frac{1}{\square}$.

8. Сократите дробь.

а) $\frac{24}{30}$ на 6;

б) $\frac{6}{9}$ на 3;

в) $\frac{70}{100}$ на 10;

г) $\frac{75}{100}$ на 25;

д) $\frac{28}{35}$ на 7;

е) $\frac{36}{48}$ на 12.

9. Умножьте числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{4}$ на:

а) 2; б) 3; в) 6; г) 9; д) 18.

10. Истинно или Ложно?

а) $\frac{12}{28} = \frac{3}{7}$;

б) $\frac{5}{10} = \frac{1}{5}$;

в) $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$;

г) $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$;

д) $\frac{4}{9} = \frac{2}{3}$;

е) $\frac{6}{18} = \frac{2}{9}$.



11. Умножьте числитель и знаменатель дробей $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{11}{15}$ на:

а) 5; б) 3; в) 10; г) 8.

12. Впишите число, чтобы получить верное равенство.

а) $\frac{2}{3} = \frac{\square}{9} = \frac{\square}{27}$;

б) $\frac{3}{7} = \frac{\square}{14} = \frac{\square}{21}$.

13. Дано множество $M = \left\{ \frac{6}{8}, \frac{4}{10}, \frac{15}{25}, \frac{3}{7}, \frac{3}{24}, \frac{15}{22}, \frac{12}{21}, \frac{4}{23} \right\}$. Запишите подмножество множества M , которое содержит все несократимые дроби из M .

14. Сократите каждую дробь до несократимой.

а) $\frac{22}{44}$;

б) $\frac{9}{36}$;

в) $\frac{13}{39}$;

г) $\frac{36}{42}$;

д) $\frac{25}{100}$;

е) $\frac{16}{54}$;

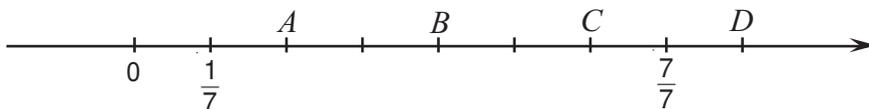
ж) $\frac{51}{6}$;

з) $\frac{2 \cdot 5}{5 \cdot 7}$;

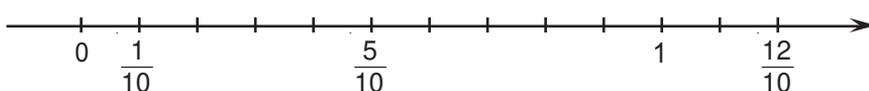
и) $\frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 19}$;

к) $\frac{2 \cdot 7}{7 \cdot 11}$.

15. Какие дроби соответствуют точкам A , B , C , D ?



16. Перечертите и запишите на числовой оси пропущенные дроби.



17. Постройте числовую ось. Разделите единичный отрезок на 4 равные части. Отметьте на числовой оси точки, соответствующие дробям:
 $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$.
18. Торт разрезали на 8 равных частей. Вася съел $\frac{3}{8}$ торта, а Петя – $\frac{2}{8}$. Кто съел торта больше?
19. Какая из дробей расположена на числовой оси правее:
 а) $\frac{7}{8}$ или $\frac{5}{8}$; б) $\frac{2}{13}$ или $\frac{4}{13}$?
20. Поставьте знаки сравнения.
 а) $\frac{7}{15} \bigcirc \frac{13}{15}$; б) $\frac{5}{100} \bigcirc \frac{3}{100}$; в) $\frac{9}{14} \bigcirc \frac{6}{14}$; г) $\frac{9}{6} \bigcirc \frac{7}{6}$;
 д) $\frac{5}{5} \bigcirc \frac{9}{9}$; е) $\frac{6}{7} \bigcirc 1$; ж) $\frac{5}{7} \bigcirc \frac{5}{8}$; з) $\frac{7}{9} \bigcirc \frac{7}{8}$.
21. Запишите дроби в порядке возрастания.
 а) $\frac{2}{9}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{14}{9}$, $\frac{5}{9}$; б) $\frac{8}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{10}{7}$, $\frac{4}{7}$; в) $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{16}$.
22. Запишите дроби в порядке убывания.
 а) $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{11}{8}$, $\frac{2}{8}$; б) $\frac{2}{11}$, $\frac{15}{11}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{12}{11}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{11}{11}$;
 в) $\frac{4}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{4}{19}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{4}{23}$.
-
23. Запишите три дроби, равные дроби:
 а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{5}$; г) $\frac{2}{10}$.
24. Докажите с помощью рисунка, что:
 а) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$; б) $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$.
25. Выберите из дробей $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{9}{27}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{12}{30}$, $\frac{5}{15}$, $\frac{7}{14}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{10}{20}$, $\frac{18}{45}$ дроби, равные: а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{2}{5}$.
26. Какая дробь, знаменатель которой равен 10, равна дроби:
 а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{3}{5}$; в) $\frac{20}{100}$; г) $\frac{300}{1000}$?
27. Сократите дробь, затем выделите целую часть из несократимой дроби.
 а) $\frac{45}{35}$; б) $\frac{65}{39}$; в) $\frac{77}{33}$; г) $\frac{120}{50}$; д) $\frac{100}{75}$; е) $\frac{810}{180}$.

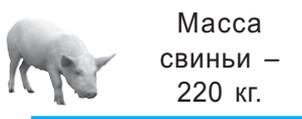
28. Выразите массу птиц в килограммах.

Образец: Масса голубя: $525 \text{ г} = \frac{525}{1000} \text{ кг} = \frac{21}{40} \text{ кг}$.



29. Выразите массу животных в тоннах.

Образец: Масса лошади: $500 \text{ кг} = \frac{500}{1000} \text{ т} = \frac{1}{2} \text{ т}$.



30. Какую часть метра составляют: а) 30 см; б) 40 см; в) 36 см; г) 75 см?

31. Дано множество $M = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{8} \right\}$. Запишите для каждой дроби из множества M равную ей дробь, знаменатель которой равен 24.

32. Какую часть часа составляют:

а) 30 мин; б) 20 мин; в) 15 мин; г) 12 мин; д) 40 мин; е) 45 мин?

33. *Работа в парах!*



Запишите три дроби, числитель и знаменатель которых можно сократить на:

а) 5; б) 7; в) числитель.



34. Запишите первоначальную дробь, если после ее сокращения на 5 получили дробь: а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{3}{8}$; в) $\frac{7}{11}$; г) $\frac{21}{4}$.

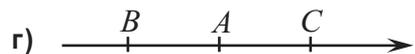
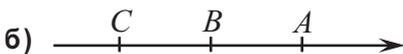
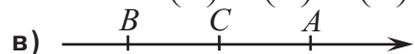
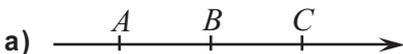
35. Запишите 4 правильные несократимые дроби.

36. Запишите 3 неправильные сократимые дроби, сократите их и выделите целую часть.

37. Отметьте на числовой оси дроби:

а) $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$; б) $\frac{7}{5}$ и $\frac{2}{5}$; в) $\frac{9}{4}$ и $\frac{3}{4}$; г) $\frac{3}{10}$ и $\frac{13}{10}$.

38. На каком из рисунков правильно отмечены точки $A\left(\frac{5}{8}\right)$, $B\left(\frac{3}{8}\right)$, $C\left(\frac{7}{8}\right)$?



39. Запишите в порядке возрастания все правильные дроби со знаменателем 7.
40. Запишите все дроби со знаменателем 3, расположенные между числами $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{3}$.
41. Между какими последовательными натуральными числами расположено число: а) $19\frac{2}{3}$; б) $7\frac{3}{5}$; в) $12\frac{8}{9}$; г) $4\frac{1}{100}$?
32. Между какими последовательными натуральными числами расположена дробь: а) $\frac{25}{17}$; б) $\frac{111}{11}$; в) $\frac{421}{31}$; г) $\frac{727}{29}$; д) $\frac{113}{97}$; е) $\frac{1001}{83}$?

43. Сколько восьмых составляет число: а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{4}$; в) $\frac{7}{4}$; г) 1; д) 2?

44. Выпишите равные дроби.

а) $\frac{33}{42}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{11}{14}$, $\frac{40}{80}$, $\frac{22}{28}$; б) $\frac{5}{4}$, $\frac{88}{121}$, $\frac{16}{22}$, $\frac{25}{20}$, $\frac{56}{77}$, $\frac{40}{32}$.

45. Запишите все правильные несократимые дроби со знаменателем 8.

46. Запишите все неправильные несократимые дроби с числителем 6.

47. Упростите: а) $\frac{42-3 \cdot 4}{6^2}$; б) $\frac{5^2-1}{6^2+3}$; в) $\frac{6^2-3^2}{8^2-1^2}$; г) $\frac{10^2-6 \cdot 11}{10^2-7^2}$.

48. Найдите все натуральные значения a , при которых имеет место неравенство: $\frac{a}{5} < \frac{4}{5}$.

49. Найдите все натуральные значения b , при которых имеет место неравенство: $\frac{2}{7} < \frac{b}{7} < \frac{6}{7}$.

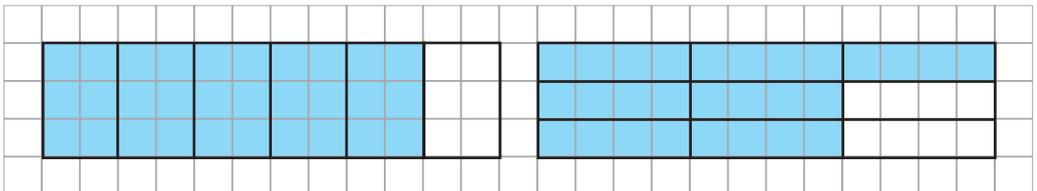
50. Поставьте знаки сравнения.

а) $2 \bullet \frac{35}{17}$; б) $\frac{63}{8} \bullet 8$; в) $5 \bullet \frac{25}{5}$.

Примените два способа.



51. Используя рисунки, сравните дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{9}$.



52. Поставьте соответствующие знаки.

а) $\frac{2}{3} \bullet \frac{5}{6}$; б) $\frac{7}{8} \bullet \frac{3}{4}$; в) $\frac{6}{11} \bullet \frac{36}{66}$.



§3 Сложение дробей

1. Сложение дробей с одинаковыми знаменателями

• Группа ребят отправилась в поход. В первый день они прошли $\frac{3}{7}$ пути, во второй день – $\frac{2}{7}$ пути. Какую часть путь прошли ребята за эти два дня?

Решение:

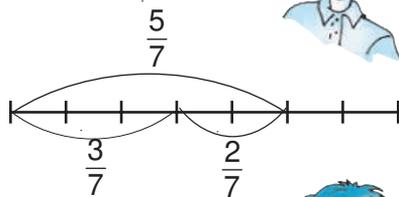
$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = ?$$

Дробь $\frac{3}{7}$ составляет три доли, а дробь $\frac{2}{7}$ – две доли. Всего $3 + 2 = 5$ (долей).

Значит, $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$.

Ответ: $\frac{5}{7}$ пути.

Нужно сложить две дроби с одинаковыми знаменателями.



Я поняла! Числители складываются, а знаменатель остается тот же.



Возьмите на заметку

Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, числители складывают, а знаменатель оставляют тот же.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Примеры:

$$\text{а) } \frac{6}{17} + \frac{3}{17} = \frac{6+3}{17} = \frac{9}{17};$$

$$\text{б) } \frac{3}{20} + \frac{7}{20} = \frac{3+7}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

2. Сложение дробей с разными знаменателями

• Проверка домашней работы заняла $\frac{1}{8}$ урока математики, а самостоятельная работа – на $\frac{3}{4}$ больше. Какую часть урока заняла самостоятельная работа?

Решение:

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{4} = ?$$

Приведем дроби к общему знаменателю.

Так как $8:4=2$, умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{3}{4}$ на 2.

Получим: $\frac{1}{4} + \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$.

Нужно к дроби $\frac{1}{8}$ прибавить $\frac{3}{4}$.



Тогда $\frac{1}{8} + \frac{2)3}{4} = \frac{1}{8} + \frac{6}{8} = \frac{1+6}{8} = \frac{7}{8}$.

Ответ: $\frac{7}{8}$ урока.

Возьмите на заметку

Чтобы сложить дроби с разными знаменателями, нужно:

- ① привести эти дроби к общему знаменателю;
- ② выполнить сложение получившихся дробей с одинаковыми знаменателями.

Примеры:

а) $\frac{2}{5} + \frac{1}{15} = \frac{3)2}{5} + \frac{1}{15} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} + \frac{1}{15} = \frac{6}{15} + \frac{1}{15} = \frac{7}{15}$;

б) $\frac{3}{7} + \frac{2}{21} = \frac{3)3}{7} + \frac{2}{21} = \frac{3 \cdot 3}{21} + \frac{2}{21} = \frac{11}{21}$.

3. Представление числа с целой и дробной частью в виде неправильной дроби

- Запишите число $7\frac{2}{5}$ в виде неправильной дроби.

Решение:

$$7\frac{2}{5} = 7 + \frac{2}{5} = \frac{5)7}{1} + \frac{2}{5} = \frac{7 \cdot 5}{1 \cdot 5} + \frac{2}{5} = \frac{7 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{37}{5}.$$

Ответ: $\frac{37}{5}$.

Записывая $\left\{ \begin{array}{l} 7\frac{2}{5} = \frac{7 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{37}{5} \\ 2\frac{3}{8} = \frac{2 \cdot 8 + 3}{8} = \frac{19}{8} \\ 1\frac{5}{11} = \frac{1 \cdot \square + 5}{11} = \frac{\square}{11} \end{array} \right.$

говорим, что число с целой и дробной частью представили в виде неправильной дроби.

Возьмите на заметку

Чтобы представить число с целой и дробной частью в виде неправильной дроби, нужно:

- ① умножить его целую часть на знаменатель дробной части и к полученному произведению прибавить числитель дробной части;
- ② записать дробь, числителем которой будет число, полученное в пункте ①, а знаменатель дробной части оставить без изменений.

$$c\frac{m}{b} = \frac{c \cdot b + m}{b} = \frac{a}{b}$$

Примеры:

а) $9\frac{3}{5} = \frac{9 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{48}{5}$;

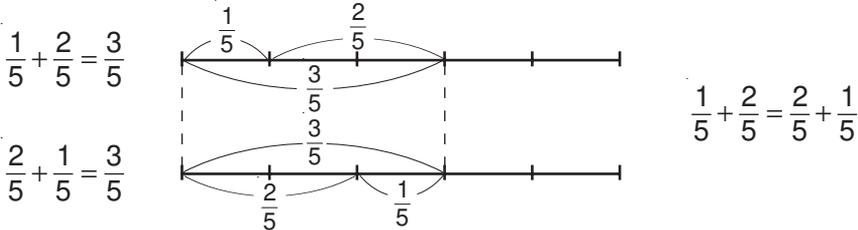
б) $10\frac{2}{7} = \frac{10 \cdot 7 + 2}{7} = \frac{72}{7}$.

4. Свойства сложения дробей

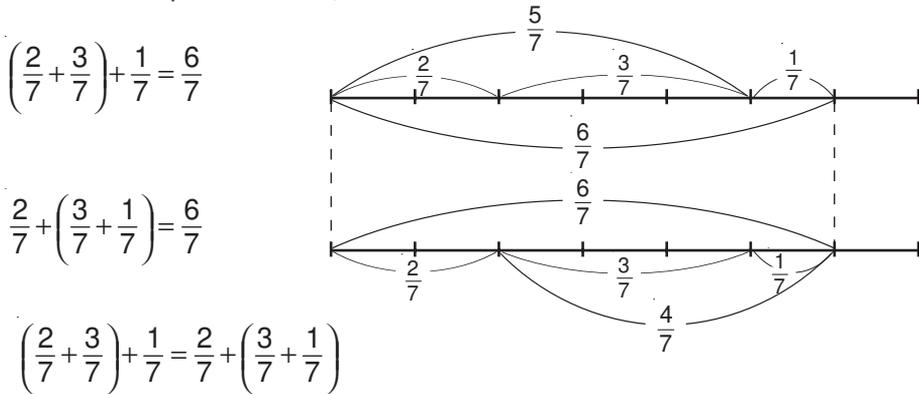
Сложение дробей имеет те же свойства, что и сложение натуральных чисел.

1° Сумма двух и более дробей также является дробью: $\frac{7}{13} + \frac{5}{13} = \frac{12}{13}$.

2° Сложение дробей *коммутативно*:



3° Сложение дробей *ассоциативно*:



4° 0 – *нейтральный элемент* сложения дробей:

$$\frac{2}{15} + 0 = 0 + \frac{2}{15} = \frac{0}{15} + \frac{2}{15} = \frac{2}{15}.$$

Работа в группах

Проверьте свойства сложения дробей, приведя другие примеры.

Упражнения и задачи

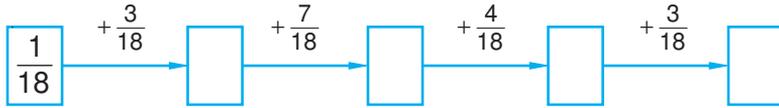
1. Сложите дроби.

а) $\frac{2}{5}$ и $\frac{1}{5}$; б) $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{4}$; в) $\frac{2}{11}$ и $\frac{4}{11}$; г) $\frac{7}{12}$ и $\frac{5}{12}$.

2. Найдите сумму.

а) $\frac{5}{11} + \frac{2}{11}$; б) $\frac{9}{21} + \frac{4}{21}$; в) $\frac{3}{10} + \frac{4}{10}$; г) $\frac{7}{13} + \frac{2}{13}$;
 д) $\frac{3}{10} + \frac{4}{10}$; е) $\frac{17}{25} + \frac{6}{25}$; ж) $\frac{8}{41} + \frac{32}{41}$; з) $\frac{2}{19} + \frac{4}{19} + \frac{7}{19}$;
 и) $\frac{2}{15} + \frac{4}{15} + \frac{1}{15}$; к) $\frac{2}{29} + \frac{4}{29} + \frac{5}{29}$; л) $\frac{7}{31} + \frac{1}{31} + \frac{9}{31}$.

3. Восстановите цепочку вычислений.



4. Найдите сумму и запишите ответ в виде несократимой дроби:

а) $\frac{2}{81} + \frac{7}{81}$;

б) $\frac{3}{28} + \frac{5}{28}$;

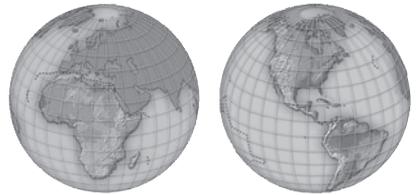
в) $\frac{11}{36} + \frac{1}{36}$;

г) $\frac{25}{63} + \frac{2}{63}$.

5. Длина прямоугольника равна $\frac{9}{8}$ м, а его ширина – $\frac{5}{8}$ м. Найдите периметр прямоугольника.

6. В июне Пампушка поправилась на $\frac{1}{5}$ кг, в июле – на $\frac{3}{5}$ кг, а в августе – на $\frac{6}{5}$ кг. На сколько килограммов Пампушка поправилась за лето?

7. Материк Африка составляет $\frac{5}{24}$ части всей суши Земли, а Америка – $\frac{7}{24}$. Какую часть суши составляют Америка и Африка вместе?



8. Вычислите, применив свойства сложения.

а) $\frac{4}{15} + \frac{9}{10} + \frac{41}{10} + \frac{11}{15}$;

б) $\frac{17}{16} + \frac{12}{13} + \frac{15}{16} + \frac{14}{13}$;

в) $\frac{5}{8} + \frac{7}{18} + \frac{3}{8} + \frac{11}{18} + \frac{1}{8}$;

г) $\frac{8}{14} + \frac{5}{14} + \frac{1}{3} + \frac{1}{14} + \frac{2}{3}$.

9. Вычислите.

а) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$;

б) $\frac{2}{9} + \frac{2}{3}$;

в) $\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$;

г) $\frac{7}{8} + \frac{1}{2}$;

д) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$;

е) $\frac{3}{10} + \frac{2}{5}$;

ж) $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$;

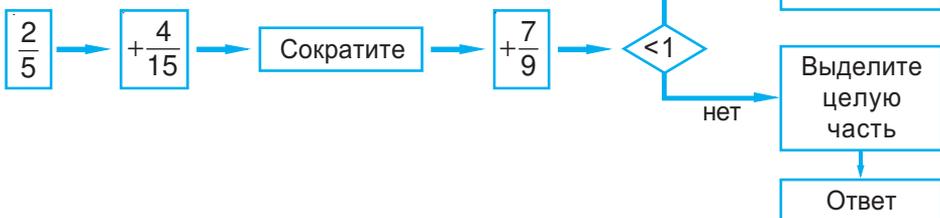
з) $\frac{3}{5} + \frac{1}{20}$.

10. Найдите и исправьте ошибки.

а) $\frac{2}{9} + \frac{4}{3} = \frac{2}{9} + \frac{8}{9} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$;

б) $\frac{7}{10} + \frac{4}{5} = \frac{7}{10} + \frac{2}{10} = \frac{9}{10}$.

11. Выполните действия по алгоритму:



12. Представьте число в виде неправильной дроби.

а) $3\frac{2}{3}$; б) $4\frac{1}{7}$; в) $6\frac{2}{5}$; г) $2\frac{3}{10}$.

13. Вычислите наиболее удобным способом.

а) $\frac{8}{9} + \frac{14}{27} + \frac{1}{9}$; б) $\left(\frac{3}{17} + \frac{8}{102}\right) + \frac{14}{17}$;
в) $\left(\frac{1}{33} + \frac{3}{11}\right) + \frac{2}{11}$; г) $\frac{2}{5} + \left(\frac{1}{20} + \frac{4}{5}\right)$.

14. Запишите число $\frac{7}{8}$ в виде суммы трех дробей.

а) с одинаковыми знаменателями; б) с разными знаменателями.

§4 Вычитание дробей

1. Вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

• За два дня группа туристов прошла $\frac{5}{7}$ пути. Какую часть пути туристы прошли во второй день, если в первый день они прошли $\frac{3}{7}$ пути?

Решение:

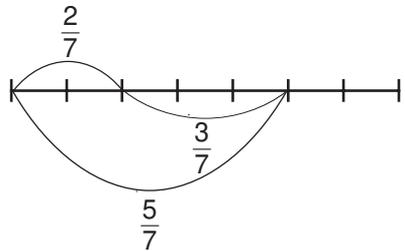
Чтобы решить задачу, надо выполнить

вычитание: $\frac{5}{7} - \frac{3}{7}$.

Так как $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$, то $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2}{7}$.

Ответ: $\frac{2}{7}$ пути.

Заметим, что $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{5-3}{7} = \frac{2}{7}$.



Возьмите на заметку

Чтобы вычесть дроби с одинаковыми знаменателями, из числителя первой дроби вычитают числитель второй дроби, а знаменатель оставляют тот же.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

2. Вычитание дробей с разными знаменателями

• В свой день рождения Карлсон съел $\frac{3}{4}$ кг печенья, а конфет – на $\frac{1}{2}$ кг меньше. Сколько килограммов конфет съел Карлсон в свой день рождения?

Решение:

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4} \text{ кг.}$$

Ответ: $\frac{1}{4}$ кг.



• Саша был внимателен $\frac{4}{5}$ урока математики, а остальную часть урока он отвлекался. Какую часть урока Саша „пропустил мимо ушей“?

Решение:

$$1 - \frac{4}{5} = \frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}.$$

Ответ: $\frac{1}{5}$ урока.

Возьмите на заметку

Чтобы вычесть дроби с разными знаменателями, нужно:

- 1) привести эти дроби к общему знаменателю;
- 2) выполнить вычитание получившихся дробей с одинаковыми знаменателями.

Примеры:

$$\text{а) } \frac{7}{8} - \frac{1}{2} = \frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{7-4}{8} = \frac{3}{8};$$

$$\text{б) } 5\frac{2}{3} - 2\frac{1}{6} = \frac{17}{3} - \frac{13}{6} = \frac{34}{6} - \frac{13}{6} = \frac{34-13}{6} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2};$$

$$\text{в) } 5 - \frac{3}{8} = \frac{5}{1} - \frac{3}{8} = \frac{40-3}{8} = \frac{37}{8} = 4\frac{5}{8}.$$

Упражнения и задачи



1. Вычислите.

а) $\frac{5}{9} - \frac{4}{9}$;

б) $\frac{11}{21} - \frac{9}{21}$;

в) $\frac{5}{19} - \frac{1}{19}$;

г) $\frac{7}{8} - \frac{6}{8}$;

д) $\frac{12}{7} - \frac{5}{7}$;

е) $\frac{9}{16} - \frac{9}{16}$;

ж) $\frac{24}{25} - \frac{6}{25}$;

з) $\frac{68}{81} - \frac{51}{81}$.

2. Найдите разность дробей и запишите ответ в виде несократимой дроби.

а) $\frac{25}{49} - \frac{11}{49}$;

б) $\frac{31}{32} - \frac{15}{32}$;

в) $\frac{22}{81} - \frac{13}{81}$;

г) $\frac{29}{54} - \frac{13}{54}$;

д) $\frac{27}{50} - \frac{2}{50}$;

е) $\frac{23}{53} - \frac{12}{53}$;

ж) $\frac{38}{63} - \frac{10}{63}$;

з) $\frac{99}{100} - \frac{24}{100}$.

3. а) Какое число нужно прибавить к $\frac{5}{11}$, чтобы получить $\frac{12}{11}$?

б) Какое число нужно прибавить к $\frac{4}{15}$, чтобы получить $\frac{13}{15}$?

4. Выполните вычитание дробей и проверьте результат сложением.

а) $\frac{7}{16} - \frac{5}{16}$;

б) $\frac{11}{18} - \frac{5}{18}$;

в) $\frac{19}{29} - \frac{7}{29}$;

г) $\frac{10}{51} - \frac{8}{51}$.

5. Впишите число, чтобы получить верное равенство.

а) $\frac{\square}{29} - \frac{4}{29} = \frac{10}{29}$;

б) $\frac{15}{41} - \frac{\square}{41} = \frac{9}{41}$;

в) $\frac{18}{53} - \frac{7}{53} = \frac{\square}{53}$;

г) $\frac{\square}{17} - \frac{3}{17} = 1$.

6. Сократите дроби, затем выполните действие вычитания.

а) $\frac{18}{24} - \frac{25}{100}$;

б) $\frac{21}{24} - \frac{12}{32}$;

в) $\frac{2}{12} - \frac{6}{36}$;

г) $\frac{7}{70} - \frac{10}{100}$.

7. Найдите разность и запишите ответ в виде несократимой дроби.

а) $\frac{11}{12} - \frac{1}{6}$;

б) $\frac{5}{36} - \frac{1}{9}$;

в) $\frac{19}{20} - \frac{4}{5}$;

г) $\frac{5}{7} - \frac{3}{14}$;

д) $\frac{20}{63} - \frac{2}{9}$;

е) $\frac{11}{24} - \frac{5}{12}$;

ж) $\frac{5}{18} - \frac{1}{6}$;

з) $\frac{1}{4} - \frac{3}{16}$.

8. Вычислите.

а) $1 - \frac{4}{7}$;

б) $1 - \frac{7}{8}$;

в) $1 - \frac{2}{9}$;

г) $1 - \frac{3}{4}$;

д) $3 - \frac{1}{2}$;

е) $2 - \frac{3}{4}$;

ж) $1 - \frac{4}{15}$;

з) $1 - \frac{3}{7}$.

9. Масса одного литра воды равна 1 кг, а масса одного литра спирта равна $\frac{4}{5}$ кг. На сколько литр воды тяжелее литра спирта?

10. Консервная банка паштета весит $\frac{7}{20}$ кг. Сколько весит сама консервная банка, если паштет весит $\frac{3}{10}$ кг?





11. Поставьте знаки сравнения.

а) $\frac{19}{36} - \frac{10}{36} \bullet \frac{11}{16} - \frac{7}{16}$;

б) $\frac{56}{20} - \frac{43}{20} \bullet \frac{37}{31} - \frac{5}{31}$;

в) $\frac{19}{17} + \frac{15}{17} \bullet \frac{23}{9} - \frac{2}{9}$;

г) $\frac{9}{25} + \frac{11}{25} \bullet \frac{87}{100} - \frac{7}{100}$.

12. Выполните действия.

а) $\left(\frac{7}{8} - \frac{1}{8}\right) + \frac{1}{4}$;

б) $\left(\frac{5}{6} + \frac{7}{6}\right) - \frac{1}{7}$;

в) $\left(\frac{7}{3} - \frac{4}{3}\right) - \frac{12}{13}$;

г) $\frac{4}{3} - \left(\frac{9}{11} + \frac{2}{11}\right)$.

13. Вычислите.

а) $6\frac{2}{7} - 4\frac{1}{7}$;

б) $12\frac{1}{9} - 5\frac{4}{9}$;

в) $8\frac{4}{5} - 3\frac{1}{5}$;

г) $18\frac{2}{11} - 7\frac{5}{11}$.

14. Используя дроби $\frac{6}{19}$, $\frac{7}{19}$ и $\frac{11}{19}$, Степа составил числовое выражение, значение которого равно $\frac{12}{19}$. Какое числовое выражение составил Степа?

15. Даны дроби: $\frac{37}{7}$, $\frac{30}{7}$, $\frac{23}{7}$, $\frac{16}{7}$, $\frac{9}{7}$. Если из любой большей дроби вычесть меньшую дробь, то получим натуральное число. Приведите примеры дробей такого вида.



16. Древнегреческий математик использовал вместо знаков „+“ и „-“ символы „ Δ “ и „ ∇ “ („движущиеся ноги“). Кому удастся первым определить, какое арифметическое действие обозначает каждый из этих символов, если известно, что из равенств

$$\frac{6}{20} \Delta \frac{3}{20} = \frac{9}{20},$$

$$\frac{7}{20} \Delta \frac{1}{20} = \frac{8}{20},$$

$$\frac{6}{20} \nabla \frac{4}{20} = \frac{10}{20},$$

$$\frac{5}{20} \nabla \frac{3}{20} = \frac{2}{20}$$

три – истинные, а одно – ложное?

§5 Нахождение дроби от числа

- По гигиеническим нормам сон ученика вашего возраста должен составлять $\frac{5}{12}$ суток. Сколько часов в сутки должен спать ученик?

Решение:

Сутки – это 24 часа.

$\frac{1}{12}$ от 24 (часов) составляет $24 : 12 = 2$ (часа).

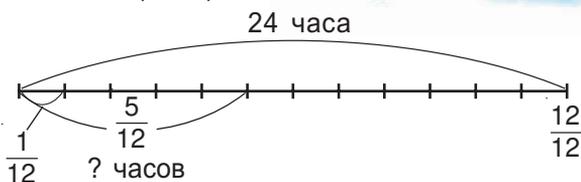
Тогда: $\frac{5}{12}$ от 24 (часов)

составляет $2 \cdot 5 = 10$ (часов).

Ответ: 10 часов.

Заметим, что решение задачи можно записать следующим образом:
 $(24 : 12) \cdot 5 = 10$ (часов).

Значит, $\frac{5}{12}$ от 24 равно $(24 : 12) \cdot 5$.



Возьмите на заметку

Чтобы найти дробь от числа, нужно:

- данное число разделить на знаменатель дроби;
- полученный результат умножить на числитель дроби.

Примеры:

а) $\frac{7}{8}$ от 32 равно $(32 : 8) \cdot 7 = 28$;

б) $\frac{1}{7}$ от 21 равно $(21 : 7) \cdot 1 = 3$.

- Сколько дней в ноябре не было дождя, если известно, что $\frac{3}{5}$ этого месяца шли дожди?

Решение:

I способ

В ноябре 30 дней.

- $(30 : 5) \cdot 3 = 18$ (дней) – шел дождь;
- $30 - 18 = 12$ (дней) – не было дождя.

Ответ: 12 дней.

II способ

- $1 - \frac{3}{5} = \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ месяца ноября не было дождя;
- $(30 : 5) \cdot 2 = 12$ (дней) – не было дождя.



Упражнения и задачи



1. Найдите.

- а) $\frac{2}{3}$ от 15; б) $\frac{4}{5}$ от 40; в) $\frac{3}{7}$ от 28; г) $\frac{7}{9}$ от 72;
д) $\frac{9}{10}$ от 120; е) $\frac{3}{8}$ от 64; ж) $\frac{5}{12}$ от 48; з) $\frac{7}{13}$ от 52.

2. Найдите $\frac{5}{9}$ от числа: а) 45; б) 72; в) 90; г) 360.

3. В книге 200 страниц. Миша прочитал $\frac{3}{5}$ этой книги. Сколько страниц книги прочитал Миша?

4. На полке 28 книг. Книги по математике составляют $\frac{2}{7}$ всех этих книг. Сколько книг по математике?

5. Длина реки Днестр составляет 1352 км. Члены экологической экспедиции прошли $\frac{3}{52}$ длины реки. Сколько километров они прошли?



6. Постройте отрезок AB длиной 12 см. Затем построьте отрезок CD , длина которого составляет $\frac{5}{6}$ длины отрезка AB . Чему равна длина отрезка CD ?

7. Длина прямоугольника равна 32 см, а его ширина составляет $\frac{5}{8}$ длины. Найдите периметр прямоугольника.



8. Найдите.

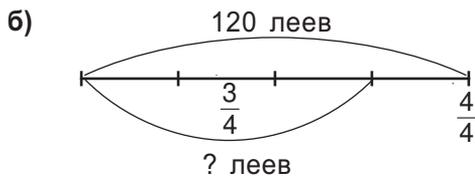
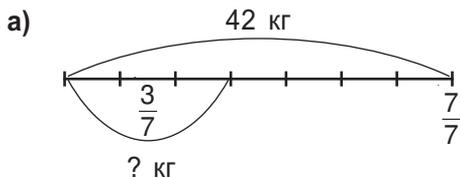
- а) $\frac{5}{11}$ от суммы чисел $\frac{59}{3}$ и $\frac{40}{3}$; б) $\frac{7}{9}$ от разности чисел $\frac{117}{4}$ и $\frac{9}{4}$.

9. Показ кинофильма длится 50 минут. Продолжительность рекламы составляет $\frac{6}{25}$ от этого времени. Сколько времени длится сам фильм? Решите задачу двумя способами.

10. После того как Витя выполнил домашнее задание по математике, он решил отдохнуть 50 минут. В футбол он играл $\frac{3}{10}$ времени отдыха, а оставшееся время – катался на велосипеде. Сколько времени Витя катался на велосипеде? Решите задачу двумя способами.



11. Составьте задачу, используя данные рисунка.



12. Сравните.
- а) $\frac{3}{4}$ от 60 $\frac{5}{8}$ от 80;
- б) $\frac{5}{7}$ от 49 $\frac{1}{2}$ от 70;
- в) $\frac{2}{3}$ от 24 $\frac{3}{5}$ от 25.



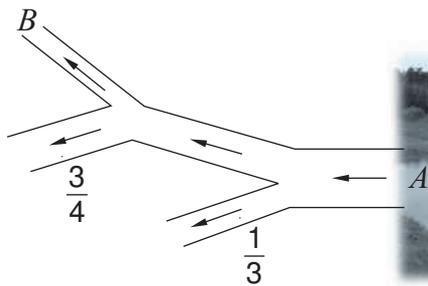
13. У Павла было 18 леев. Он купил тетрадь за $\frac{2}{3}$ всех денег. На $\frac{2}{3}$ оставшихся денег он купил ручку, а остаток денег потратил на мороженое. Сколько стоит мороженое?

14. Диана, Анна и Ангелина собрали вместе 60 грибов. Диана собрала $\frac{1}{4}$ всех грибов, Анна — $\frac{1}{3}$ от оставшихся грибов. Кто из девочек собрал больше всех грибов, а кто — меньше всех?



15. Два ведра по 10 л наполнены водой. Из первого ведра вылили $\frac{1}{2}$ всей воды, а потом еще $\frac{1}{5}$ от остатка. Из второго ведра — наоборот: сначала $\frac{1}{5}$ всей воды и потом $\frac{1}{2}$ от остатка. В каком ведре осталось больше воды?

16. Река вытекает из озера и берет свое начало в точке A . В этой точке она несет 12000 литров воды. Затем русло реки делится надвое. Левое русло пропускает $\frac{1}{3}$ воды, а правое — остальную часть. Далее правое русло снова разветвляется надвое. При этом левое русло несет $\frac{3}{4}$ воды, а правое — остальную часть. Сколько литров воды протекает в точке B ?



§6 Нахождение числа по данной его дроби (дополнительно)

• Кружок по математике посещают 12 учеников, что составляет $\frac{3}{8}$ всех учеников класса. Сколько учеников в классе?

Решение:

Дробь $\frac{3}{8}$ показывает, что количество всех учеников разделили на 8 частей, из них взяли 3 части, что составляет 12 учеников.

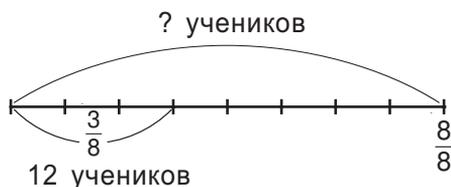
$12 : 3 = 4$ (ученика) – составляют одну часть.

Количество всех учеников состоит из 8 частей, значит: $4 \cdot 8 = 32$ (ученика).

Решение этой задачи можно записать кратко следующим образом:

$$(12 : 3) \cdot 8 = 32 \text{ (ученика).}$$

Ответ: 32 ученика.



$$\frac{3}{8} \text{ от ? составляет } 12. \quad ? = (12 : 3) \cdot 8$$

Возьмите на заметку

Чтобы найти число по его дроби, нужно:

- ① данное число разделить на числитель данной дроби;
- ② полученный результат умножить на знаменатель данной дроби.

Упражнения и задачи

1. Найдите число:

- а) $\frac{2}{3}$ которого равны 16; б) зная, что 18 составляет $\frac{3}{4}$ этого числа;
- в) $\frac{5}{8}$ которого равны 20; г) зная, что 35 составляет $\frac{5}{6}$ этого числа;
- д) $\frac{7}{11}$ которого равны 21.

2. Впишите число, чтобы получить истинное высказывание.

- а) $\frac{6}{7}$ от 70 равно ; б) от 15 равно 10;
- в) $\frac{4}{\text{■}}$ от 30 равно 24; г) $\frac{9}{11}$ от равно 18.

3. Вычислите.

а) $\frac{2}{13}$ числа равны 52. Чему равны $\frac{15}{13}$ этого числа?

б) $\frac{2}{7}$ числа равны 20. Чему равны $\frac{3}{7}$ этого числа?

4. В среднем кролик живет 12 лет, что составляет $\frac{6}{7}$ продолжительности жизни овцы. Сколько лет в среднем живет овца?

5. Найдите длину отрезка, если:

а) $\frac{6}{11}$ его длины составляет 12 см;

б) $\frac{4}{7}$ его длины составляет 40 см.

6. Масса чипсов составляет $\frac{3}{20}$ массы сырого картофеля (из которого они были изготовлены). Сколько килограммов сырого картофеля понадобится, чтобы приготовить 75 кг чипсов?

7. Масса изюма составляет $\frac{6}{25}$ массы винограда, из которого получили изюм. Сколько килограммов винограда понадобится, чтобы получить 2400 кг изюма?



Задачи для чемпионов

8. Сережа, Алеша и Миша пошли на рыбалку. Сережа поймал $\frac{1}{2}$ от общего количества пойманной рыбы, Алеша – $\frac{1}{4}$ от общего количества пойманной рыбы, а Миша – 4 рыбы. Сколько рыб поймали ребята?

9. Бутылка с маслом весит 950 г. После того, как из бутылки вылили $\frac{3}{4}$ всего масла, она стала весить 350 г. Сколько весит пустая бутылка?

Задания для осмысления

1. Что такое доля?
2. Что называется дробью?
3. Что показывает знаменатель дроби? Числитель дроби?
4. Приведите примеры ситуаций, когда можно получить дробь.
5. Какие виды дробей вы знаете?
6. Какая дробь называется правильной?
7. Какая дробь называется неправильной равной 1?
8. Какая дробь называется неправильной?
9. Можно ли натуральное число представить в виде дроби?
10. Как, зная дробь, определить, больше ли она 1, равна или меньше 1?
11. Как найти целую часть дроби? Как найти дробную часть дроби?
12. Что значит выделить целую часть из дроби?
13. Какие дроби называются равными? Приведите примеры.
14. В чем заключается основное свойство дроби?
15. Что значит сократить дробь?
16. Какие дроби называются сократимыми? Какие – несократимыми?
17. Как изображают дроби на числовой оси? Приведите примеры.
18. Как сравнивают две дроби с одинаковыми знаменателями?
19. Как складывают дроби с одинаковыми знаменателями?
20. Какие свойства сложения дробей вы знаете?
21. Приведите примеры применения свойств сложения дробей.
22. Какое число не влияет на результат сложения дробей? Приведите примеры.
23. Как вычитают дроби с одинаковыми знаменателями? Приведите примеры.
24. Как поступают в случае вычитания дробей с разными знаменателями? Приведите примеры.
25. Как из целого числа вычесть дробь? Приведите примеры.
26. Как найти дробь от числа? Приведите примеры.

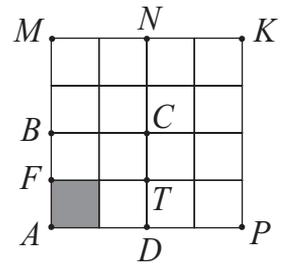
Упражнения и задачи для повторения



1. Какую часть:

- а) прямоугольника $AFTD$,
- б) квадрата $ABCD$,
- в) прямоугольника $AMND$,
- г) квадрата $AMKP$

составляет закрашенный квадратик?



2. В пятом классе 20 учеников. Девочки составляют $\frac{1}{4}$ всех учеников. Сколько девочек в классе?

3. В саду растут 15 деревьев. Яблони составляют $\frac{3}{5}$ всех деревьев. Сколько яблонь в саду?

4. Запишите частное в виде дроби: а) $3 : 5$; б) $2 : 25$; в) $4 : 11$; г) $3 : 17$.

5. Даны множества: $A = \{1, 3, 6, 7, 11\}$, $B = \{2, 5, 7, 8\}$.

а) Запишите множество C , содержащее все правильные дроби, числители которых являются элементами множества A , а знаменатели – элементами множества B .

б) Запишите множество D , содержащее все неправильные дроби, числители которых являются элементами множества B , а знаменатели – элементами множества A .

6. Изобразите на числовой оси следующие дроби: $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{7}$ и $\frac{9}{7}$.

7. Определите, какие из следующих дробей являются равными:

$$\frac{2}{5}, \frac{4}{25}, \frac{4}{10}, \frac{14}{35}, \frac{6}{30}.$$

8. Поставьте соответствующий знак, чтобы получить истинное высказывание:

а) $\frac{5}{12} \bullet \frac{7}{12}$; б) $\frac{15}{23} \bullet \frac{9}{23}$; в) $\frac{7}{8} \bullet 1$; г) $1 \bullet \frac{23}{21}$.



9. Запишите дроби в порядке возрастания: $\frac{3}{20}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{19}{20}$.

10. Вычислите: а) $\frac{7}{13} + \frac{4}{13}$; б) $\frac{11}{15} + \frac{2}{15}$; в) $\frac{13}{18} - \frac{7}{18}$; г) $\frac{22}{35} - \frac{13}{35}$.



11. Первый день апреля приходится на понедельник. Какой будет день недели и какое число, если пройдет:

- а) $\frac{3}{5}$ месяца;
- б) $\frac{4}{5}$ месяца;
- в) $\frac{5}{6}$ месяца;
- г) $\frac{3}{10}$ месяца?

12. Выделите целую часть из дроби.

а) $\frac{11}{4}$; б) $\frac{29}{8}$; в) $\frac{35}{9}$; г) $\frac{48}{16}$; д) $\frac{37}{12}$.

13. Впишите одну цифру, чтобы:

а) дробь $\frac{3\blacksquare 5}{365}$ стала правильной;

б) дробь $\frac{721}{7\blacksquare 1}$ стала неправильной.

14. Впишите одну цифру, чтобы получить истинное высказывание.

а) $\frac{\blacksquare}{12} < \frac{9}{12}$; б) $\frac{7}{11} > \frac{\blacksquare}{11}$; в) $\frac{3}{8} < \frac{\blacksquare}{8}$.

15. Запишите в виде дроби число: а) $2\frac{3}{4}$; б) $3\frac{2}{11}$; в) $6\frac{3}{7}$; г) $12\frac{5}{6}$.

16. Заполните цепочку вычислений.

а) $\triangle \frac{2}{7} \xrightarrow{+\frac{1}{7}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{4}{7}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{3}{5}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{1}{5}} \triangle$

б) $\triangle \frac{3}{11} \xrightarrow{+\frac{6}{11}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{9}{11}} \bigcirc \xrightarrow{+\frac{5}{6}} \bigcirc \xrightarrow{-\frac{2}{6}} \triangle$

17. Скорость полета ястреба 42 км/ч, что составляет:

а) $\frac{6}{13}$ скорости полета голубя;

б) $\frac{6}{11}$ скорости полета сокола.

Найдите скорость полета голубя и сокола.

18. Для каких натуральных чисел значений a :

а) дроби $\frac{a}{10}$ и $\frac{7}{a}$ – правильные;

б) дроби $\frac{a}{8}$ и $\frac{10}{a}$ – неправильные;

в) дробь $\frac{3}{a}$ – правильная, а дробь $\frac{6}{a}$ – неправильная?

19. Впишите наименьшее натуральное число, при котором получится истинное высказывание.

а) $\blacksquare > \frac{13}{5}$; б) $\blacksquare > \frac{34}{6}$; в) $\frac{125}{10} < \blacksquare$; г) $\frac{324}{16} > \blacksquare$.

20. Из кувшина, в котором было 3 л сока, отлили сначала $1\frac{3}{5}$ л сока, затем $\frac{3}{10}$ л сока. Сколько литров сока осталось в кувшине?

I вариант

1. Даны дроби: $\frac{5}{7}, \frac{37}{12}, \frac{10}{14}, \frac{3}{4}, \frac{2}{7}, \frac{9}{16}, \frac{21}{6}$.
 - а) Выпишите правильные дроби. **2**
 - б) Выделите целую часть дроби $\frac{37}{12}$. **3**
 - в) Выпишите равные дроби. Обоснуйте ответ. **3**
 - г) Определите истинность высказывания.
Среди данных дробей нет дроби, равной числу $3\frac{1}{2}$. Обоснуйте ответ. **4**
 - д) Вычислите. **4**

$$\left(\frac{5}{7} + \frac{2}{7}\right) - \frac{6}{8}$$
 - е) Решите уравнение. **4**

$$\frac{37}{12} - x = \frac{11}{6}$$

2. Туристы отправились в трехдневный поход. В первый день они прошли $\frac{3}{7}$ намеченного пути, а во второй день – $\frac{5}{14}$ этого пути.
 - а) В какой день туристы прошли больше? **3**
 - б) Какую часть пути туристы прошли за первые два дня? **3**
 - в) Сколько километров прошли туристы в третий день, если весь маршрут составлял 70 км? **4**
 - г) Сколько километров в день должны были бы проходить туристы, чтобы каждый день преодолевать одинаковое расстояние? **3**

II вариант

1. Даны дроби: $\frac{4}{9}, \frac{2}{3}, \frac{29}{7}, \frac{8}{18}, \frac{5}{9}, \frac{39}{12}, \frac{9}{4}$.
 - а) Выпишите неправильные дроби. **2**
 - б) Выделите целую часть дроби $\frac{29}{7}$. **3**
 - в) Выпишите равные дроби. Обоснуйте ответ. **3**
 - г) Определите истинность высказывания.
Среди данных дробей нет дроби, равной числу $3\frac{1}{4}$. Обоснуйте ответ. **4**
 - д) Вычислите. **4**

$$\left(\frac{4}{9} + \frac{5}{9}\right) - \frac{4}{6}$$
 - е) Решите уравнение. **4**

$$\frac{39}{12} - x = \frac{9}{4}$$

2. Торговец продавал виноград 3 дня. В первый день он продал $\frac{2}{5}$, а во второй день – $\frac{8}{25}$ всего винограда.
 - а) В какой день торговец продал больше? **3**
 - б) Какую часть винограда он продал за первые два дня? **3**
 - в) Сколько килограммов винограда было продано в третий день, если всего винограда было 50 кг? **4**
 - г) Сколько килограммов в день должен был бы продавать торговец, чтобы каждый день было продано одинаковое количество винограда? **3**

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	33–32	31–29	28–26	25–20	19–15	14–11	10–8	7–5	4–3	2–0

5

Десятичные числа

§ 1 Понятие десятичного числа

1. Что такое десятичное число?

Исследуем и узнаем

- Рассмотрите таблицу.

				
Нормальная температура (°C)	36,6	38	38,3	41,5

Число 38 является натуральным. Являются ли натуральными числа 36,6; 38,3; 41,5?

Для того чтобы ответить на этот вопрос, рассмотрим следующий пример:

- Выразите 6 м 273 мм в метрах.

Решение:

$$1 \text{ мм} = \frac{1}{1000} \text{ м}$$

$$200 \text{ мм} = \frac{200}{1000} \text{ м} = \frac{2}{10} \text{ м}$$

$$70 \text{ мм} = \frac{70}{1000} \text{ м} = \frac{7}{100} \text{ м}$$

$$\begin{aligned} 6 \text{ м } 273 \text{ мм} &= 6 \text{ м} + 200 \text{ мм} + 70 \text{ мм} + 3 \text{ мм} = \\ &= 6 \text{ м} + \frac{2}{10} \text{ м} + \frac{7}{100} \text{ м} + \frac{3}{1000} \text{ м} \end{aligned}$$

$$1 \text{ м} = 1000 \text{ мм}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{10} &\text{ — одна десятая} \\ \frac{1}{100} &\text{ — одна сотая} \\ \frac{1}{1000} &\text{ — одна тысячная и т. д.} \end{aligned}$$

Полученную сумму можно записать следующим образом: 6,273.

Читаем: „Шесть целых и двести семьдесят три тысячных“.

С другой стороны, $6 \text{ м } 273 \text{ мм} = 6 \frac{273}{1000} \text{ м} = 6,273 \text{ м}$.

Число 6,273 называется **десятичным числом**.

Числа 36,6; 38,3; 41,5 также являются десятичными числами.

2. Запись и чтение десятичных чисел

Дополняем и поясняем

- От обыкновенной дроби к десятичному числу.

Обыкновенная дробь	Десятичное число	Читаем
$1:10 = \frac{1}{10}$	0,1	одна десятая
$2:10 = \frac{2}{10}$	■	две десятых
$1:100 = \frac{1}{100}$	0,01	одна сотая
$24:100 = \frac{24}{100}$	■	■ сотых
$1:1000 = \frac{1}{1000}$	0,001	одна тысячная
$91:1000 = \frac{\quad}{\quad}$	■	■ тысячная

- Запишите в виде десятичного числа.

а) $\frac{435}{100} = 4\frac{35}{100} = 4,35$

целая часть дробная часть целая часть дробная часть

б) $\frac{613}{10} = \frac{\quad}{10}\frac{3}{10} = \frac{\quad}{10}\frac{\quad}{10}$

целая часть дробная часть целая часть дробная часть

Возьмите на заметку

Любое десятичное число состоит из двух частей, отделенных запятой: **целой части** и **дробной части**.



Цифры дробной части указывают **десятичные разряды**, где:

- первая цифра является цифрой десятых;
- вторая – цифрой сотых;
- третья – цифрой тысячных;
- четвертая – цифрой десятитысячных;
- пятая – цифрой стотысячных и т. д.



Число 8,027 читают: „Восемь целых и двадцать семь тысячных“.

Применяем и объясняем

• Перечертите и заполните таблицу по образцу первой строчки. Прочтите числа, записанные в таблице.

Десятичное число	Целая часть				Запятая	Дробная часть				
	тысячи	сотни	десятки	единицы		десятые	сотые	тысячные	десяти-тысячные	сто-тысячные
0,35				0	,	3	5			
67,083										
1004,5										
1314,17										
		1	2	0	,	7	9			
	4	0	3	5	,	0	8	1		
			1	0	,	1	2	3	4	5
78,125										

3. Десятичная запись чисел вида $\frac{a}{10^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$

Возьмите на заметку

- Дроби вида $\frac{a}{10^n}$, где n – ненулевое натуральное число, можно записать в виде десятичного числа.
- В десятичной записи числа вида $\frac{a}{10^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$, после запятой записывают столько же цифр, сколько нулей в знаменателе дроби.

$$\frac{435}{100} = 4,35$$

2 нуля 2 знака

$$\frac{21}{10000} = 0,0021$$

4 нуля 4 знака

$$\frac{273}{1000} = 0,273$$

3 нуля 3 знака

Исследуем и узнаём

Заметим, что дроби, знаменателем которых является число 10 в любой степени, легко записать в виде десятичного числа, то есть, используя запятую. Из этих соображений числа, в записи которых есть запятая, также называют **десятичными дробями**.

- Запишите в виде десятичного числа:

а) $\frac{15}{10}$;

б) $\frac{7}{100}$;

в) $\frac{19}{10000}$.

Решение:

$$а) \frac{15}{10} = 1\frac{5}{10} = 1,5;$$

1 нуль 1 знак

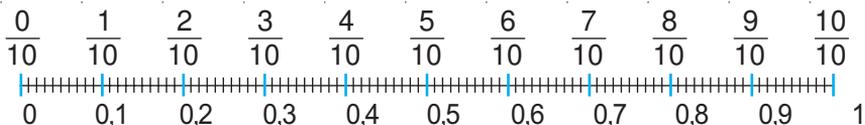
$$б) \frac{7}{100} = 0,07;$$

■ нуль ■ знак

$$в) \frac{19}{10000} = 0,0019.$$

■ нуль ■ знака

- Рассмотрите и поясните.



- $1 = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1000}{1000} = \dots = 1,0 = 1,00 = 1,000 = \dots;$
- $0,2 = 0,20 = 0,200 = 0,2000 = \dots;$
- $263 = 263,0 = 263,00 = 263,000\dots0.$

Возьмите на заметку

- Любое натуральное число можно записать в виде десятичного числа.
- В конце конечного десятичного числа можно приписывать любое количество нулей $\rightarrow 2,1 = 2,10\dots0\dots$
- Одна целая содержит десять десятых $\rightarrow 1 = \frac{10}{10}.$
- Одна десятая содержит десять сотых $\rightarrow \frac{1}{10} = \frac{10}{100}.$
- Одна сотая содержит десять тысячных $\rightarrow \frac{1}{100} = \frac{10}{1000}$ и т. д.

Упражнения и задачи



1. Какие из следующих чисел являются десятичными:

$$3\frac{1}{10}; 7,25; \frac{3}{100}; 0,05; \frac{25}{60}; 25,1; \frac{125}{1000}; 100,0?$$

2. Выберите дроби вида $\frac{a}{10^n}$, где $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\frac{7}{10}; \frac{18}{120}; \frac{13}{100}; 3\frac{7}{102}; 11\frac{1}{30}; 25\frac{1}{100}; \frac{185}{1000}.$$

3. Прочтите и запишите прописью десятичные числа.

а) 0,7; б) 0,9; в) 5,16; г) 7,23; д) 10,023; е) 25,017.

4. Заполните пропуски, чтобы получить истинные высказывания.

У десятичной дроби 521,306:

- | | | | |
|-------------------------|-------------------|-------------------------|-------------------|
| а) <input type="text"/> | – цифра единиц; | б) <input type="text"/> | – цифра десятых; |
| в) <input type="text"/> | – цифра тысячных; | г) <input type="text"/> | – цифра сотых; |
| д) <input type="text"/> | – цифра сотен; | е) <input type="text"/> | – цифра десятков. |

5. Запишите десятичными числами.

- а) 0 целых и восемь десятых; б) 0 целых и девять десятых;
 в) 7 целых и 12 сотых; г) 5 целых и 24 сотых;
 д) 65 целых и 235 тысячных; е) 43 целых и 246 тысячных.

6. Перепишите числа и подчеркните одной чертой целую часть и двумя чертами – дробную часть.

- а) 2,7; б) 3,9; в) 0,18; г) 0,37; д) 45,07; е) 102,03.

7. Перерисуйте и заполните таблицу.

Десятичное число	Цифра				Десятичное число	Цифра			
	деся-тых	сотых	тысяч-ных	десяти-тысяч-ных		деся-тых	сотых	тысяч-ных	десяти-тысяч-ных
2,8					1,9				
0,03					0,08				
17,123					21,817				
0,0785					0,0135				
501,17					163,23				
7,1025					5,203				

8. Запишите, используя запятую.

- а) 7; б) 3; в) 23; г) 31; д) 125; е) 613.

9. Запишите в виде десятичного числа.

- а) $\frac{8}{10}$; б) $\frac{2}{10}$; в) $\frac{28}{10}$; г) $\frac{77}{10}$; д) $\frac{125}{10}$; е) $\frac{703}{10}$.

Проверьте с помощью калькулятора ваш результат.

10. Запишите в виде десятичного числа.

- а) $\frac{6}{100}$; б) $\frac{9}{100}$; в) $\frac{12}{100}$; г) $\frac{79}{100}$; д) $\frac{127}{100}$;
 е) $\frac{792}{100}$; ж) $\frac{540}{100}$; з) $\frac{2}{1000}$; и) $\frac{5}{1000}$; к) $\frac{241}{1000}$.

Проверьте с помощью калькулятора ваш результат.



11. Высочайшей вершиной земного шара является Эверест (Джомолунгма), находящаяся в Гималаях, высота которой 8,848 километра. Выразите эту высоту в метрах?



12. Высочайшей точкой Европы считается вершина Монблан, расположенная на высоте 4,807 км в Альпах.

а) Выразите высоту Монблана в метрах.

б) На сколько метров Эверест выше Монблана?

13. Запишите в виде обыкновенной дроби.

а) 15 целых и 24 сотых;

б) 64 целых и 16 сотых;

в) 4 целых и 2 тысячных;

г) 8 целых и 8 тысячных;

д) 29 сотых;

е) 33 сотых;

ж) 784 тысячных;

з) 183 тысячных;

и) 98 десятых;

к) 61 десятых.

14. Заполните пропуски.

а) $3,6 = \frac{\square}{10} = 3 \frac{\square}{10}$;

б) $7,2 = \frac{\square}{10} = 7 \frac{\square}{10}$;

в) $0,03 = \frac{3}{\square}$;

г) $0,07 = \frac{7}{\square}$;

д) $2,15 = \frac{215}{\square}$;

е) $7,08 = \frac{708}{\square}$;

ж) $2,8 = \frac{\square}{1000}$;

з) $6,5 = \frac{\square}{1000}$.

15. Поставьте знак „=“ или „≠“.

а) $2,7 \bigcirc 2,70$;

б) $7,50 \bigcirc 7,05$;

в) $6,30 \bigcirc 6,300$;

г) $19 \bigcirc 19,00$;

д) $9,70 \bigcirc 0,97$;

е) $7,20 \bigcirc 07,2$;

ж) $\frac{30}{10} \bigcirc 0,3$;

з) $\frac{70}{10} \bigcirc 0,7$;

и) $\frac{10}{100} \bigcirc 1$;

к) $\frac{15}{100} \bigcirc 1,50$.

16. Выразите в метрах.

а) 1 м 36 мм;

б) 2 м 12 мм;

в) 15 м 23 см;

г) 21 м 17 см;

д) 3 мм;

е) 8 мм;

ж) 78 см;

з) 41 см.

$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$
 $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$

17. Выразите в граммах.

а) 45 мг;

б) 18 мг;

в) 5 г 25 мг;

г) 8 г 30 мг.

$1 \text{ г} = 1000 \text{ мг}$

18. Запишите в виде десятичного числа.

а) $\frac{3}{2}$;

б) $\frac{5}{2}$;

в) $\frac{3}{4}$;

г) $\frac{9}{4}$;

д) $\frac{15}{20}$;

е) $\frac{18}{20}$;

ж) $\frac{5}{125}$;

з) $\frac{7}{125}$;

и) $\frac{8}{160}$;

к) $\frac{3}{150}$.

19. Переведите в леи и баны по образцу.

Образец:

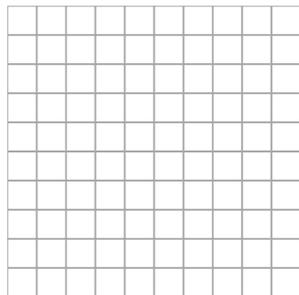
$$16,25 \text{ лея} = 16 \text{ леев} + 0,25 \text{ лея} = 16 \text{ леев} + \frac{25}{100} \text{ лея} = 16 \text{ леев} 25 \text{ банов.}$$

- а) 2,15 лея; б) 18,16 лея; в) 542,83 лея; г) 108,55 лея.



20. Нарисуйте квадрат, аналогичный изображенному на рисунке, и закрасьте 5 частей этого квадрата, составляющих:

- а) 0,01 квадрата; б) 0,1 квадрата;
в) 0,07 квадрата; г) 0,23 квадрата;
д) 0,15 квадрата; е) 0,5 квадрата.



21. Переведите в евро по образцу.

Образец: 125 евро 15 центов =

$$\begin{aligned} &= 125 \text{ евро} + 15 \text{ центов} = 125 \text{ евро} + \frac{15}{100} \text{ евро} = \\ &= \left(125 + \frac{15}{100}\right) \text{ евро} = 125 \frac{15}{100} \text{ евро} = 125,15 \text{ евро.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ евро} &= 100 \text{ центов} \\ 1 \text{ цент} &= \frac{1}{100} \text{ евро} \end{aligned}$$

- а) 7 евро 35 центов;
б) 22 евро 43 цента;
в) 2010 евро 68 центов;
г) 418 евро 9 центов.

22. Запишите десятичное число в виде суммы.

- а) 15,217; б) 125,070;
в) 25,008; г) 127,03075.

Образец: $2,75 = 2 \frac{75}{100} =$

$$= 2 + \frac{7}{10} + \frac{5}{100} = 2 + 0,7 + 0,05$$

23. Запишите число, которое:

- а) больше 7 и меньше 8;
б) больше 10 и меньше 11;
в) больше 101 и меньше 101,5;
г) больше 27,6 и меньше 28,3.

24. Выразите в указанных единицах измерения.

- а) в килограммах: 5 кг 12 мг; 70 г; 185 мг;
б) в метрах: 5 км 2 см; 18 см; 7 м 8 дм;
в) в литрах: 7 л 9 дл; 28 л 6 дл; 8 мл.

§2 Сравнение десятичных чисел

1. Сравнение десятичных чисел с учетом разрядов цифр

Исследуем и узнаем

• Мама купила два с половиной килограмма яблок и 2 кг 750 г конфет. Чего мама купила больше?

два с половиной килограмма

2,5



2 кг 750 г

2,75

Значит, 2,5 2,75.

Возьмите на заметку

Чтобы сравнить два десятичных числа

① сравниваем их целые части:

а) если целые части различны, больше то число, у которого больше целая часть;

б) если целые части равны, то

② сравниваем десятые:

а) если десятые различны, больше то число, у которого цифра десятых больше;

б) если десятые равны, то

③ сравниваем сотые и т. д.

$$3,7 > 2,15$$

$$3 > 2$$

$$5,32 < 5,72$$

$$3 < 7$$

$$17,45 > 17,41$$

$$5 > 1$$



Поставьте необходимый знак сравнения.

а) 7,251 2,25;

б) 10,820 10,82.

2. Сравнение десятичных чисел при помощи числовой оси

Исследуем и узнаем

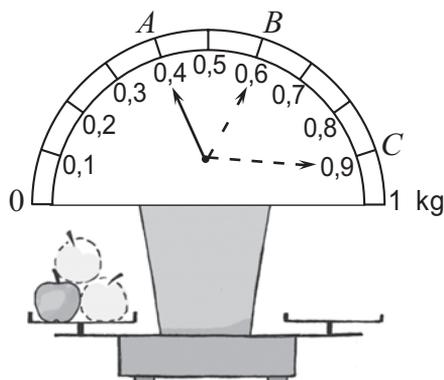
1. Какова масса, если стрелка весов указывает на точку: а) *A*; б) *B*; в) *C*?
В каком случае вес больше?

Решение:

а) В точке *A* масса 0,4 кг.

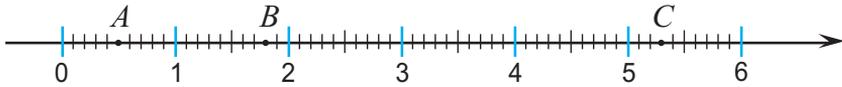
б) В точке *B* — кг.

в) В точке *C* — кг.



Заметим, что $0,4 < \square < \square$.

2. Изобразим числа $0,5$; $1,8$; $5,3$ на числовой оси:



Значит, $A(0,5)$, $B(1,8)$, $C(5,3)$.

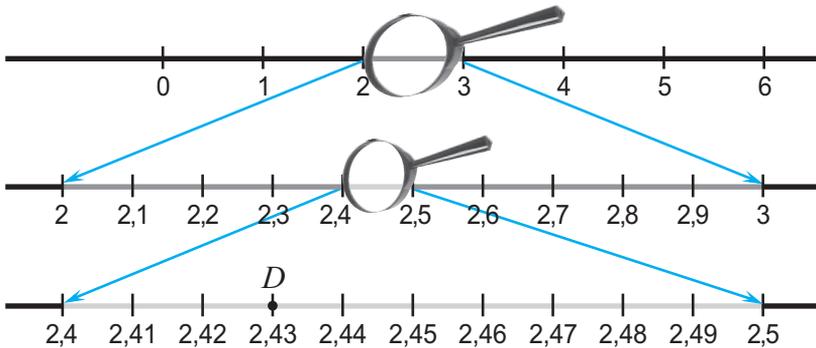
Получаем $0,5 < 1,8 < 5,3$, так как точка B расположена на числовой оси правее точки A , а точка C – правее точки A .

Вывод: Из трех десятичных чисел больше то, которое расположено на числовой оси правее других.

А как на числовой оси изобразить десятичные числа, содержащие сотые, тысячные и т. д.?
Например: $2,43$ и $1,035$.



Чтобы изобразить на числовой оси число $2,43$, рассмотрим часть числовой оси, используя лупу:



Значит, $D(2,43)$.

Применяем и объясняем

• Изобразите число $1,035$ на числовой оси, применив метод, рассмотренный выше.

• Проверьте, используя линейку с делениями, правильно ли расположены следующие числа в порядке возрастания:



$0,7$; $2,8$; $5,9$; 6 ; $4,1$; $8,3$; 8 ; 7 .

Возьмите на заметку

Из заданных десятичных чисел больше то, которое расположено на числовой оси правее других.

3. Сравнение десятичных чисел при помощи их записи в виде обыкновенных дробей

Исследуем и узнаем

- Сравните.
 - а) 2,16 и 2,05; б) 6,2 и 5,75.

Решение:

$$а) 2,16 = 2 \frac{16}{100} = \frac{216}{100};$$

$$2,05 = 2 \frac{5}{100} = \frac{205}{100}.$$

Так как $\frac{216}{100} > \frac{205}{100}$, то $2,16 > 2,05$.

Мы уже умеем сравнивать дроби с одинаковыми знаменателями.



$$б) 5,75 = 5 \frac{75}{100} = \square.$$

$$6,2 = 6 \frac{2}{10} = \overset{10}{=} \frac{62}{10} = \square.$$

Так как $\square > \square$, то $\square > \square$.

Упражнения и задачи



1. Поставьте знак сравнения.

- а) 21 и 17;
- в) 2,1 и 2,7;
- д) 2,1 и 1,7;
- ж) 0,26 и 0,23;
- и) 16,125 и 16,128;



- б) 35 и 42;
- г) 3,5 и 3,2;
- е) 3,5 и 4,2;
- з) 1,73 и 1,7;
- к) 5,027 и 5,021.

2. Поставьте знак сравнения.

- а) 6,25 ● 5,25;
- в) 7,29 ● 7,3;
- д) 125,007 ● 125,009;
- ж) 22 ● 22,0;
- и) 2,0003 ● 2,001;
- б) 4,18 ● 3,18;
- г) 16,07 ● 16,05;
- е) 15,389 ● 14,389;
- з) 99,99 ● 99,990;
- к) 5,0009 ● 5,02.



3. Коля купил альбом за 82,5 лея, книгу за 103,2 лея и атлас за 82,35 лея.

- а) Что из его покупки самое дешевое? А самое дорогостоящее?
- б) Расположите цены в порядке возрастания.

4. Расположите на числовой оси числа:

- а) 0,3; б) 0,8; в) 1,2; г) 2,7; д) 4,5; е) 6,8; ж) 3,4; з) 3,5.

5. Запишите в порядке возрастания числа:

- а) 12; 11,3; 7,2; 0,4; 6,21; 7,23; 11,12; 0,402.
- б) 15; 13,1; 8,5; 0,7; 9,92; 8,51; 15,02; 8,503.

6. Сережа записал в порядке убывания числа
2,01; 3,5; 2; 7,81; 3,62; 7,5; 0,82; 0,803 следующим образом:
а) 7,81; 7,5; 3,5; 3,62; 2,01; 2; 0,82; 0,803.
б) 7,5; 7,81; 3,62; 3,5; 2; 2,01; 0,803; 0,82.



Помогите Сереже исправить ошибки.

7. Какой знак надо поставить между числами:
а) 5 и 6, чтобы получить число больше 5 и меньше 6?
б) 11 и 12, чтобы получить число больше 11 и меньше 12?
8. Истинно или Ложно?



- а) $23,05 > 23,04$; б) $16,07 > 16,09$;
в) $1,61 < 1,610$; г) $3,54 < 3,540$;
д) $0,235 > 1,235$; е) $0,999 > 1,999$;
ж) $16,001 = 16,01$; з) $26,003 = 26,03$.

9. Запишите два числа, расположенные между числами:
а) 3 и 4; б) 8 и 9; в) 7,2 и 8; г) 6,3 и 7;
д) 12,3 и 12,4; е) 18,6 и 18,7; ж) 10,25 и 10,2; з) 21,1 и 21,17.

10. Впишите два последовательных натуральных числа, чтобы получить истинное высказывание.

- а) $\square < 2,2 < \square$; б) $\square < 7,3 < \square$;
в) $\square < 12,15 < \square$; г) $\square < 18,23 < \square$;
д) $\square < 1,275 < \square$; е) $\square < 3,128 < \square$.

11. Сравните числа, записав их сначала в виде обыкновенных дробей.

- а) 2,7 и 2,68; б) 3,5 и 3,54; в) 3,12 и 5,12;
г) 7,23 и 6,23; д) 24,12 и 24,21; е) 36,23 и 36,203.

12. Какие из чисел 4,08; 5,01; 7,256; 7,249; 12,13; 12,132; 19,02; 20,003; 21,7 расположены на числовой оси ближе к:
а) 6; б) 7; в) 12; г) 20.

13. Впишите цифру, чтобы получить истинное высказывание.

- а) $6, \square 35 < 6,2 \square 4 < 6,52 \square < 6,6 \square \square 8$;
б) $9, \square 26 < 9,3 \square 5 < 9,41 \square < 9,7 \square \square 8$.

14. Мама купила 2,5 кг яблок и 2,45 кг апельсинов. Каких фруктов мама купила больше?

15. При первой попытке Коля бросил мяч на расстояние 10,25 м, а при второй попытке – на 10,22 м. Какая из попыток удачнее?

16. Впишите цифру, чтобы получить истинное высказывание.

- а) $0,3 \square > 0,35$; б) $41, \square 2 < 41,27$; в) $7,189 > 7,1 \square 9$;
 г) $29,27 \square < 29,271$; д) $7 \square,792 < 72,7 \square 5$; е) $\square 3,619 > 93, \square 28$.

17. Голубь поднимается на высоту 2,7 км, воробей – на высоту до 5,5 км, а один из видов грифов – на высоту до 11,5 км. Запишите название птиц в порядке возрастания высоты их полета.

18. Расположите на числовой оси числа:

- а) 1,16; б) 2,13; в) 4,08; г) 5,06; д) 7,80; е) 9,90.

19. Поставьте знак сравнения.

- а) $13,75 \bullet 13\frac{1}{4}$; б) $14,25 \bullet 14\frac{1}{4}$;
 в) $26,08 \bullet 26\frac{1}{2}$; г) $37,07 \bullet 37\frac{2}{5}$.



20. Сережа сказал, что:

- а) 25,8 меньше 25,715, так как во втором числе больше цифр;
 б) 32,517 равно 3,2517, так как оба числа составлены из одних и тех же цифр, записанных в том же порядке.
 Прав ли Сережа? Обоснуйте ответ.



21. Запишите натуральное число, состоящее из 4 различных цифр. Образуйте от первоначального числа десятичные числа, используя запятую и один ноль. Кто запишет больше всех десятичных чисел? Расположите полученные числа в порядке убывания.

22. Запишите имена детей в порядке возрастания:

- а) их роста;
 б) их веса.

	Рост (м)	Вес (кг)
Лена	1,35	34,6
Маша	1,42	32,8
Денис	1,4	45,3
Ваня	1,67	41,8
Ира	1,56	35

23. Впишите число, чтобы получить истинное высказывание.

- а) $25,605 < \square < \square < \square < \square < 25,61$;
 б) $0,0033 < \square < \square < \square < \square < 0,004$.

24. Используя каждый раз все цифры 3, 6, 2, 5 и не повторяя их, запишите с помощью запятой наименьшее число и наибольшее число, состоящие из все этих цифр.

§3 Округление десятичных чисел

Исследуем и узнаем

• Папа принес арбуз массой в 7,6 кг. Когда папу спросили, какова масса арбуза, он ответил: „Приблизительно 8 кг“. Прав ли папа?

Решение:

Десятичное число 7,6 расположено между двумя натуральными числами:

$$7 < 7,6 < 8$$

Число 7 – приближенное значение с недостатком до единиц числа 7,6.

Число 8 – приближенное значение с избытком до единиц числа 7,6.

Таким образом, массу арбуза папа назвал приближенно до единиц с избытком. Значит, он прав.

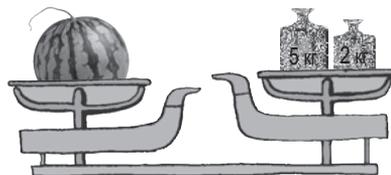
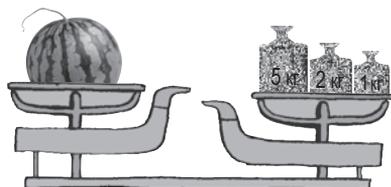


Если нельзя найти точное значение какой-либо величины, можно найти ее приближенное значение с избытком или с недостатком.

Применяем и объясняем

Перерисуйте и дополните таблицу.

Десятичная дробь	Приближенные значения					
	с недостатком:			с избытком:		
	до единиц	до десятых	до сотых	до единиц	до десятых	до сотых
12,756	12	12,7	12,75	13	12,8	12,76
0,805	0	0,8	0,80	1	0,9	0,81
3,418						
0,004						
174,23						
91,0103						
45,607						
2,7891						



Возьмите на заметку

- **Округлить** десятичное число до данного десятичного разряда – значит, заменить его ближайшим приближенным значением (с недостатком или с избытком), в котором отсутствуют разряды меньше данного. Знак „ \approx “ читают: „Приближенно равно“.

- Примеры: а) $123,4 \approx 123$ – округление до единиц;
б) $20,57 \approx 20,6$ – округление до десятых;
в) $32,183 \approx 32,18$ – округление до сотых;
г) $168,74 \approx 170$ – округление до десятков.

Запомните

Правила округления десятичных чисел

- 1) Если цифра, стоящая справа от цифры, указывающей разряд, до которого надо округлить, больше или равна 5, то округлением этого числа является его приближенное значение с избытком.
- 2) Если цифра, стоящая справа от цифры, указывающей разряд, до которого надо округлить, меньше 5, то округлением этого числа является его приближенное значение с недостатком.

Примеры:

$$274,7 \boxed{6} 2 \approx 274,8;$$

$$3,99 \boxed{5} \approx 4;$$

$$7 \boxed{8},15 \approx 80.$$

$$81,3 \boxed{1} \approx 81,3;$$

$$0,78 \boxed{3} \approx 0,78;$$

$$6 \boxed{2},18 \approx 60.$$

Упражнения и задачи

1. Округлите до единиц.

- | | | | |
|------------|------------|-------------|-------------|
| а) 27,21; | б) 34,35; | в) 2,705; | г) 3,801; |
| д) 106,23; | е) 203,45; | ж) 2 004,7; | з) 2 005,8. |

2. Округлите до десятых.

- | | | | |
|-------------|-------------|------------|------------|
| а) 0,73; | б) 0,84; | в) 12,354; | г) 23,673; |
| д) 104,291; | е) 234,182; | ж) 0,88; | з) 0,77. |

3. Округлите до сотых.

- | | | | |
|-------------|-------------|------------|------------|
| а) 0,283; | б) 0,174; | в) 14,185; | г) 15,237; |
| д) 215,038; | е) 324,049; | ж) 1,991; | з) 2,998. |

4. Округлите до десятков.

- а) 20,2; б) 34,1; в) 65,7; г) 87,3;
 д) 127,4; е) 328,1; ж) 2 041,9; з) 3 062,8.

5. Сережа купил альбом за 54,2 лея и несколько книг, за которые заплатил 246,05 лея. Сколько приблизительно денег потратил Сережа?

6. Между какими двумя последовательными натуральными числами на числовой оси расположено каждое из чисел:

- а) 16,25; б) 15,34; в) 124,58;
 г) 217,63; д) 2 138,81; е) 3 217,29.



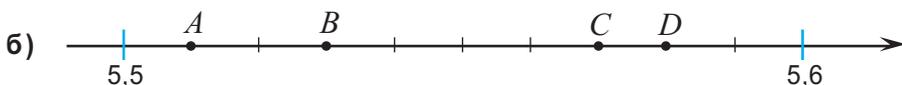
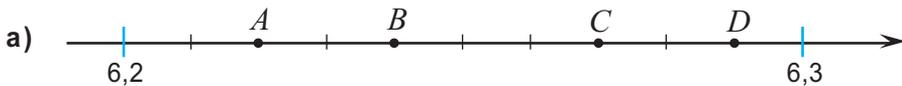
7. Перерисуйте и заполните таблицу.

Десятичное число	Приближенное значение до единиц		Приближенное значение до десятых		Приближенное значение до сотых	
	с недостатком	с избытком	с недостатком	с избытком	с недостатком	с избытком
2,123						
15,685						
124,521						
27,378						
64,085						
107,807						

8. Постройте прямоугольник $ABCD$ с измерениями 5,4 см и 3,8 см. Измерьте, округлив до десятых, длины отрезков AC и BD .

9. Измерьте длину, ширину и высоту вашего учебника в сантиметрах и округлите результаты до десятых.

10. Найдите координаты точек A, B, C, D .



1) Найдите приближенное значение координат точек A, B, C, D с недостатком и с избытком до единиц.

2) Найдите приближенное значение координат точек A, B, C, D с недостатком и с избытком до десятых.

11. Округлите до:

- а) десятков: 278,5; 134,7; 1475,03; 2408,02;
- б) десятых; 28,135; 161,708; 304,093; 55,999;
- в) сотых: 1,783; 2,177; 68,108; 99,999.
- г) сотен: 278,1; 1298,5; 6998,1; 2005,6.

12. Дану должен заплатить за 3 кг картошки 10,5 лея, за 2 кг лука – 6,8 лея и за 2,5 кг огурцов – 24,3 лея. У него есть 40 леев. Определите, округлив цену каждого продукта до целого и сложив полученные значения, хватит ли Дану этой суммы денег.

13. Найдите ошибки.

- а) $27,13 \approx 27,2$;
- б) $17,54 \approx 17,6$;
- в) $2,134 \approx 2,15$;
- г) $3,255 \approx 3,26$;
- д) $28,098 \approx 28,1$;
- е) $171,85 \approx 170$;
- ж) $285,3 \approx 290$;
- з) $2005,663 \approx 2005,67$.

14. а) Рассмотрите таблицу.

Запишите имена детей, округлив данные до десятых:

- 1) в возрастающем порядке показатели их роста;
- 2) в убывающем порядке их массы.

б) Определите, кто из детей самый высокий, а кто самый тяжелый.

Имя	Рост (м)	Масса (кг)
Сергей	1,3	36,48
Максим	1,38	35,01
Алисия	1,27	36,28
Амелия	1,31	34,52
Дана	1,22	30,96
Дамиан	1,17	36,55

15. Запишите в виде десятичного числа и округлите до десятых следующие числа:

- а) $15\frac{3}{4}$;
- б) $27\frac{5}{21}$;
- в) $128\frac{21}{23}$;
- г) $77\frac{8}{19}$.

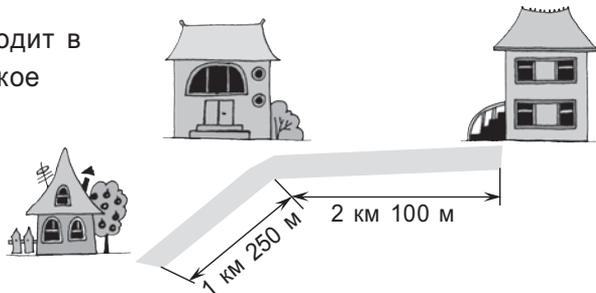
16. Поменяв местами цифры числа, запишите все десятичные числа с двумя знаками после запятой. Округлите все полученные числа до десятых.

§4 Сложение и вычитание десятичных чисел

1. Сложение десятичных чисел

Исследуем и узнаем

• Дорога, по которой Сережа ходит в школу, изображена на рисунке. Какое расстояние проходит Сережа от дома до школы?



Решение:

$$1 \text{ км } 250 \text{ м} = 1,25 \text{ км},$$

$$2 \text{ км } 100 \text{ м} = 2,1 \text{ км},$$

$$1,25 \text{ км} + 2,1 \text{ км} = ? \text{ км}.$$

$$1,25 + 2,1 = \frac{125}{100} + \frac{210}{100} = \frac{125}{100} + \frac{210}{100} = \frac{335}{100} = 3,35.$$

Получим: $1,25 \text{ км} + 2,1 \text{ км} = 3,35 \text{ км}$.

Ответ: 3,25 км.

Заметим: $1,25 + 2,1 = 1,25 + 2,1\boxed{0} = 3,35$.

Записываем следующим образом:

$$\begin{array}{r} 1,25 + \\ 2,1\boxed{0} \\ \hline 3,35 \end{array}$$

Возьмите на заметку

Чтобы сложить два десятичных числа:

- ① записываем числа одно под другим следующим образом: целая часть под целой частью, запятая под запятой, десятые под десятыми, сотые под сотыми и т. д.;
- ② дописываем нули в дробной части, чтобы уравнивать количество знаков после запятой;
- ③ выполняем сложение, не обращая внимания на запятую;
- ④ ставим в ответе запятую под запятой.

Примеры:

а) $12,35 + 9,7 = ?$

$$\begin{array}{r} 12,35 + \\ 9,7\boxed{0} \\ \hline 22,05 \end{array}$$

б) $0,254 + 6,03 = ?$

$$\begin{array}{r} 6,03\boxed{0} + \\ 0,254 \\ \hline 6,284 \end{array}$$



Поставьте знаки сравнения:

а) $212,7 + (14,05 + 0,44)$ $(212,7 + 14,05) + 0,44$.

б) $31,5 + 16,4$ $16,4 + 31,5$.

в) $6,08 + 0$ $0 + 6,08$.

Что вы заметили?



Свойства сложения десятичных чисел

1° коммутативность: $a + b = b + a$;

2° ассоциативность: $(a + b) + c = a + (b + c)$;

3° Ноль (0) является **нейтральным**

элементом сложения: $0 + a = a + 0 = a$.

Примеры:

$0,1 + 6,3 = 6,3 + 0,1$;

$(3,2 + 1,2) + 0,8 = 3,2 + (1,2 + 0,8)$;

$8,1 + 0 = 0 + 8,1 = 8,1$.

- Обратите внимание, как разложили число 12,354.

$$12,354 = 10 + 2 + 0,3 + 0,05 + 0,004 = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 10^0 + \frac{3}{10} + \frac{5}{100} + \frac{4}{1000} =$$

$$= 1 \cdot 10 + 2 \cdot 10^0 + \frac{3}{10} + \frac{5}{10^2} + \frac{4}{10^3}.$$

Запомните

- Запись $1 \cdot 10 + 2 \cdot 10^0 + \frac{3}{10} + \frac{5}{10^2} + \frac{4}{10^3}$ называется **десятичным разложением** числа 12,354.

2. Вычитание десятичных чисел

Исследуем и узнаем

- Чтобы пошить кукле платье, Дана купила 2,45 м ленты. Сколько метров ленты осталось, если известно, что на платье у нее ушло 1,2 м ленты?

Решение:

$$2,45 - 1,2 = \frac{245}{100} - \frac{12}{10} = \frac{245}{100} - \frac{120}{100} = \frac{245 - 120}{100} = \frac{125}{100} = 1,25.$$

Ответ: 1,25 м.

Пишем:

$$\begin{array}{r} 2,45 - \\ 1,20 \\ \hline 1,25 \end{array}$$

Пример:

а) $62,5 - 41,28 = ?$

Проверка:

$$\begin{array}{r} 62,5\boxed{0} - \\ 41,28 \\ \hline 21,22 \end{array} \quad \begin{array}{r} 21,22 + \\ 41,28 \\ \hline 62,50 \end{array}$$

Ответ: $62,5 - 41,28 = 21,22$.

б) $5,403 - 0,13 = ?$

Проверка:

$$\begin{array}{r} 5,403 - \\ 0,13\boxed{0} \\ \hline 5,273 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5,273 + \\ 0,130 \\ \hline 5,403 \end{array}$$

Ответ: $5,403 - 0,13 = 5,273$.

Возьмите на заметку

Чтобы вычесть два десятичных числа:

- ① записываем числа одно под другим следующим образом: целая часть под целой частью, запятая под запятой, десятые под десятymi, сотые под сотыми и т. д.;
- ② дописываем нули в дробной части, чтобы уравнять количество знаков после запятой;
- ③ выполняем вычитание, не обращая внимания на запятую;
- ④ ставим в ответе запятую под запятой.

Пример:

$$\begin{array}{r} 12,50 \\ - 6,08 \\ \hline 6,42 \end{array}$$

Упражнения и задачи



1. Вычислите.

- а) $2,52 + 1,35$; б) $17,21 + 5,09$; в) $6,08 + 3,1$;
г) $7,92 + 2,7$; д) $0,25 + 31,4$; е) $0,17 + 44,7$;
ж) $12 + 7,8$; з) $13 + 18,2$; и) $6,253 + 0,8$.

2. Для пошива пальто понадобилось $4,25$ м ткани, а для костюма – $2,8$ м ткани. Сколько всего метров ткани понадобилось?

3. С одного участка собрали $242,52$ т зерна, а с другого – на $18,08$ т больше. Сколько тонн зерна собрали с обоих участков?

4. Вычислите.

- а) $6,25 - 3,14$; б) $8,16 - 6,21$; в) $3,8 - 0,27$; г) $4,7 - 0,53$;
д) $12 - 2,14$; е) $23 - 5,28$; ж) $16,399 - 8,25$; з) $45,888 - 7,08$.

5. Два тракториста вспахали поле. Один вспахал $18,4$ га. Сколько гектаров земли вспахали оба тракториста, если первый вспахал на $2,7$ га больше второго?

6. Вычислите наиболее удобным способом, применив ассоциативность сложения.

- а) $16,3 + (0,28 + 3,7)$; б) $25,8 + (0,2 + 6,25)$;
в) $14,123 + (5,71 + 7,29)$; г) $(27,194 + 6,82) + 12,18$;
д) $(7,88 + 3,153) - 5,88$; е) $(73,185 + 18,68) - 4,68$.

7. Запишите разложение десятичного числа.

Образец: $25,183 = 20 + 5 + 0,1 + 0,08 + 0,003$.

- а) $0,14$; б) $3,21$; в) $10,28$; г) $74,12$;
д) $128,03$; е) $625,031$; ж) $1004,52$; з) $9,9999$.

8. Арбуз стоит: $5,4$ лея плюс еще стоимость половины арбуза. Сколько стоит арбуз?

9. Длины сторон треугольника равны $6,5$ см, $12,3$ см и $8,4$ см. Найдите периметр треугольника.





10. Зная, что $645 - 314,8 = 330,2$, определите не вычисляя.

а) $330,2 + 314,8$;

б) $645 - 330,2$.

11. Впишите число, при котором равенство будет верным.

а) $25,34 + \square = 84,175$;

б) $181,08 + \square = 199,99$;

в) $68,05 - \square = 54,01$;

г) $108,24 - \square = 98,16$;

д) $1254,16 + 35,008 = \square$;

е) $7028,08 + 152,12 = \square$.

12. Вычислите.

а) $248,15 + 1068,03 + 54,004$;

б) $614,23 + 2105,14 + 68,103$;

в) $0,008 + 13,192 + 4025,02$;

г) $0,123 + 68,077 + 7408,09$.



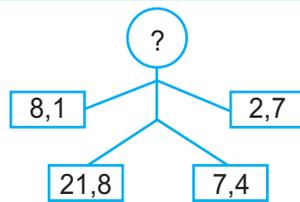
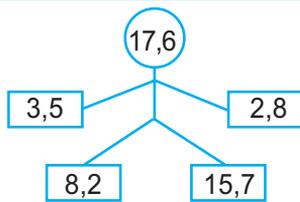
13. Восстановите запись.

$$\begin{array}{r} \nabla \bigcirc \hexagon, \square \diamond 6 - \\ \nabla \bigcirc, \hexagon \square \diamond \\ \hline 757,563 \end{array}$$

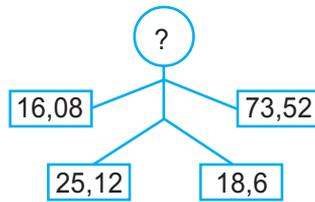
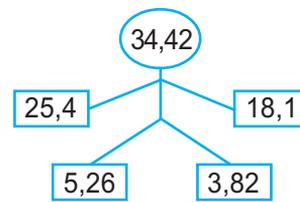
$$\begin{array}{r} \hexagon \triangle, \bigcirc \square \triangle 2 - \\ \hexagon, \triangle \bigcirc \square \triangle \\ \hline 87,7925 \end{array}$$

14. Впишите пропущенное число.

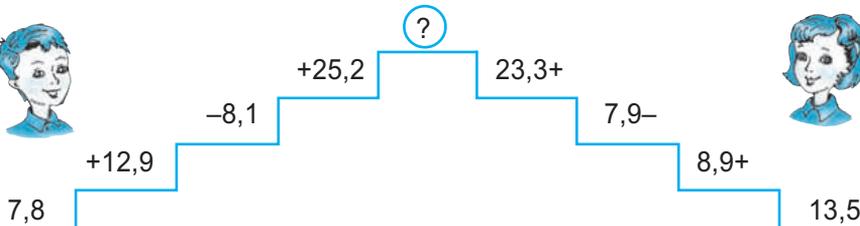
а)



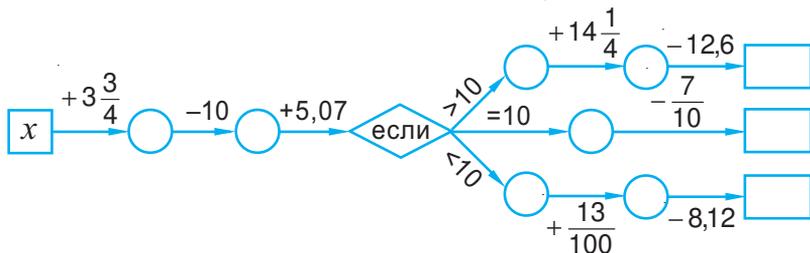
б)



15. Кто считает быстрее?



16. Найдите значение при: а) $x = 12,25$; б) $x = 11,04$; в) $x = 11,18$.



17. Длина одной стороны треугольника составляет 81,5 см, длина второй – на 7,2 см длиннее первой, а длина третьей – на 14,3 см длиннее второй. Найдите периметр треугольника.
18. Какую площадь поверхности Земли занимает пустыня, если известно, что площадь пустынь Австралии составляет 0,4 миллиона км², площадь пустынь Америки – на 1,2 миллиона км² больше пустынь Австралии, площадь пустынь Азии – на 1,4 миллиона км² больше пустынь Америки, площадь пустынь Африки – на 2,8 миллиона км² больше пустынь Америки.
19. Расставьте недостающие запятые, чтобы получить верное равенство.
 а) $45 + 615 + 3225 = 42,9$; б) $18 + 522 + 2614 = 315,4$.

20. Вычислите сумму.

а)

Печенье – 25,50 лея
 Хлеб – 7,20 лея
 Чай – 14,25 лея
 Сыр – 120,30 лея
 Всего леев

б)

Рубашка – 120,50 лея
 Куртка – 212,00 лея
 Пальто – 625,35 лея
 Ботинки – 428,25 лея
 Всего леев

21. Максимальная глубина Тихого океана – 11,022 км, Атлантического океана – на 2,594 км меньше максимальной глубины Тихого океана, Индийского океана – на 0,978 км меньше максимальной глубины Атлантического океана, Северного Ледовитого океана – на 2,001 км меньше максимальной глубины Индийского океана. Какова максимальная глубина Северного Ледовитого океана?
22. Запишите число:
 а) 28,7 в виде суммы двух чисел;
 б) 28,7 в виде разности двух чисел;
 в) 416,3 в виде суммы двух чисел;
 г) 416,3 в виде разности двух чисел.
23. Вычислите и округлите результат сначала до десятых, а затем – до сотых.
 а) $144,253 + 7,008 - 15,211$; б) $10418,04 - 78,003 - 100,5$;
 в) $754,184 + 8,001 - 24,113$; г) $210008,15 - 210,07 - 58,899$.

24. Сумма трех чисел – 88,44. Известно, что первое число – 14,126. Найдите два других числа, зная, что они одинаковы.

25. Выполните действие. а) $\overline{a81,b7} + \overline{aa,0b}$;

б) $\overline{6x,2y} - \overline{1x,yu}$, где a, b, x, y – цифры числа.

26. Найдите неизвестные числа.

а) $\overline{a,b} + \overline{b,a} = 9,9$;

б) $\overline{a,a} + \overline{aa,a} = 12,2$;

в) $x, y + 10x, y = 107,6$;

г) $x0, y + y, x = 52,7$.

§5 Умножение, деление и возведение в степень десятичных чисел

1. Умножение десятичного числа на натуральное число

Исследуем и узнаем

• Три подружки – Вероника, Лиля и Нина – купили три одинаковые порции мороженого по цене 3,5 леев. Сколько денег заплатили подружки?

Решение:

$3 \cdot 3,5 = 3,5 + 3,5 + 3,5 = 10,5$ (лея) или

$$\begin{array}{r} 3,5 \times \\ \underline{3} \\ 10,5 \end{array}$$

1 десятичный знак
1 десятичный знак

Ответ: 10 леев 50 банов.



Заполните пропуски.

а) $4,4 \cdot 16 = \square$

$$\begin{array}{r} 4,4 \times \\ \underline{16} \\ 26,4 \end{array}$$

1 десятичный знак
1 десятичный знак

б) $0,15 \cdot 24 = \square$

$$\begin{array}{r} 0,15 \times \\ \underline{24} \\ 60 \end{array}$$

2 десятичных знака
2 десятичных знака

Возьмите на заметку

Чтобы умножить десятичное число на натуральное:

- ① записываем числа в столбик и, не учитывая запятую, выполняем умножение (как при умножении двух натуральных чисел);
- ② в полученном произведении отделяем запятой справа столько десятичных знаков, сколько их было в умножаемом десятичном числе.

Пример:

$1,32 \cdot 53 = ?$

$$\begin{array}{r} 1,32 \times \\ \underline{53} \\ 396 \end{array}$$

2 десятичных знака
2 десятичных знака



Поставьте подходящие знаки.

$7,8 \cdot 1 = \square$; $7,8 \cdot 0 = \square$;

$7,8 \cdot 5 = 7,8 \square$; $7,8 \square 7,8$; $7,8 \square 7,8$; $7,8 \square 7,8$.

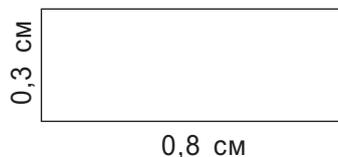
$$\begin{array}{r} 7,8 \times \\ \underline{5} \\ \square \end{array}$$

1 десятичный знак
1 десятичный знак

2. Умножение двух десятичных чисел

Исследуем и узнаем

• Найдите площадь прямоугольника, длина которого $a = 0,8$ см, а ширина $b = 0,3$ см.



Площадь прямоугольника равна $S = a \cdot b$.

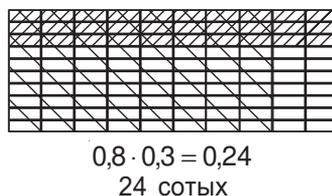
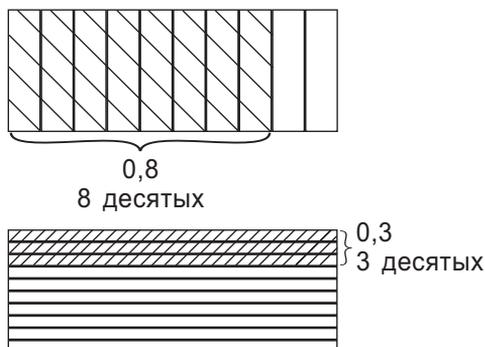
Решение:

$$S = a \cdot b = 0,8 \text{ см} \cdot 0,3 \text{ см} = (0,8 \cdot 0,3) \text{ см}^2.$$

А чему равно произведение $0,8 \cdot 0,3$?



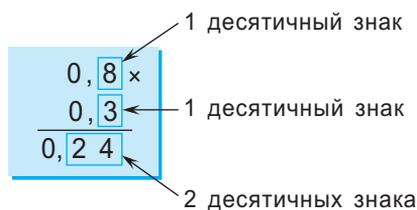
Найдем произведение, используя рисунки:



Получим: $0,8 \cdot 0,3 = 0,24$.

Ответ: $0,24 \text{ см}^2$.

Что замечаем?



Вычислите: $1,5 \cdot 0,24$.

Возьмите на заметку

Чтобы перемножить два десятичных числа:

- ① записываем числа в столбик и, не обращая внимания на запятую, выполняем умножение (как при умножении двух натуральных чисел);
- ② в полученном произведении отделяем запятой справа столько десятичных знаков, сколько их в обоих множителях вместе.

Пример:

а) $0,3 \cdot 12,4 = ?$ 1 десятичный знак

$$\begin{array}{r} 12,4 \\ \times 0,3 \\ \hline 3,72 \end{array}$$

б) $4,25 \cdot 15 = ?$ 2 десятичных знака

$$\begin{array}{r} 4,25 \\ \times 15 \\ \hline 2125 \\ + 425 \\ \hline 63,75 \end{array}$$

Что вы заметили? Сформулируйте правило!

$$52,4 \cdot 10 = 524$$

на одну цифру
1 ноль

$$52,4 \cdot 100 = 5240$$

на две цифры
2 нуля

запятую перемещаем вправо →

запятую перемещаем вправо →

$$52,4 \cdot 1000 = 52400$$

на три цифры
3 нуля

запятую перемещаем вправо →

Замечание:

Если есть необходимость, в дробной части можно дописать справа нули перед тем, как выполнять умножение.

Возьмите на заметку

При умножении десятичного числа на 10, 100, 1000 и т. д. запятую в записи произведения переносят вправо соответственно на 1 цифру, на 2 цифры, на 3 цифры и т. д.



$6,38 \cdot 10 = 63,8;$

$0,254 \cdot 10 = 2,54;$

$6,38 \cdot 100 = 638;$

$0,254 \cdot 100 = \square\square,4;$

$6,38 \cdot 1000 = \square\square\square;$

$0,254 \cdot 1000 = \square\square\square.$

Запятую переносим вправо. →

Запомните

При умножении десятичного числа на 10^n , $n \in \mathbb{N}^*$, запятую в записи произведения переносят вправо на n цифр.

4. Деление десятичного числа на 10, 100, 1000 и т. д.

Исследуем и узнаем

- Вычислите: $9:10$, $9:100$, $9:1000$.

Решение:

$$9:10 = \frac{9}{10} = 0,9$$

1 ноль 1 цифра

$$9:100 = \frac{9}{100} = 0,09$$

2 нуля 2 цифры

$$9:1000 = \frac{9}{1000} = 0,009$$

3 нуля 3 цифры

Что замечаем?

При делении десятичного числа на 10, 100, 1000 и т. д. запятую в записи частного переносят влево соответственно на 1 цифру, на 2 цифры, на 3 цифры и т. д.

Примеры:

а) $75,8 : 10 = 7,58$

1 цифра 1 ноль

← запятую перемещаем влево

б) $254,1 : 100 = 2,541$

2 цифры 2 нуля

← запятую перемещаем влево

Напомним, что при умножении десятичного числа на 10, 100, 1 000 и т. д. запятую в записи произведения переносили **вправо** соответственно на 1 цифру, на 2 цифры, на 3 цифры и т. д.



Возьмите на заметку

При делении десятичного числа на 10, 100, 1 000 и т. д. запятую в записи частного переносят влево соответственно на 1 цифру, на 2 цифры, на 3 цифры и т. д.

5. Возведение десятичного числа в степень с натуральным показателем

Исследуем и узнаем

- Найдите площадь квадратного участка, сторона которого 10,5 м.

Решение:

$$A = 10,5^2 = \underbrace{10,5 \cdot 10,5}_{2 \text{ множителя}} = 110,25 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Ответ: 110,25 м².

Что замечаем?

Квадрат десятичного числа 10,5 равен числу 110,25, полученному при умножении 10,5 на себя же.

Тогда, $0,1^3 = \underbrace{0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1}_{3 \text{ множителя}} = 0,001.$

Примеры:

а) $0,2^4 = \underbrace{0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2}_{4 \text{ множителя}} = 0,0016;$

б) $7,8^0 = 1;$

в) $253,81^1 = 253,81.$

$A = a^2$ – площадь квадрата, где a – сторона квадрата.

Похоже на степень натурального числа!



Дополните и поясните.

а) $0,5^0 = 1;$

в) $0,5^2 = \square \cdot \square = \square;$

б) $0,5^1 = \square;$

г) $0,5^3 = \square \cdot \square \cdot \square = \square.$

Возьмите на заметку

- Вторая, третья, четвертая и т. д. степень десятичного числа равна произведению соответственно двух, трех, четырех и т. д. множителей, каждый из которых равен исходному числу.
- Любое десятичное число, возведенное в первую степень, равно исходному числу.
- Любое ненулевое десятичное число, возведенное в нулевую степень, равно 1.

6. Порядок выполнения действий

Исследуем и узнаем

- Выполните вычисления: $211,8 : 10 - 3 \cdot (6,28 + 1,2^2 \cdot 0,5)$.

$$\begin{array}{cccccc} \textcircled{5} & \textcircled{6} & \textcircled{4} & \textcircled{3} & \textcircled{1} & \textcircled{2} \\ 211,8 : 10 - 3 \cdot (6,28 + 1,2^2 \cdot 0,5) = 0,18 \end{array}$$

- 1) $1,2^2 = 1,2 \cdot 1,2 = 1,44$; 4) $3 \cdot 7 = 21$;
2) $1,44 \cdot 0,5 = 0,72$; 5) $211,8 : 10 = 21,18$;
3) $6,28 + 0,72 = 7$; 6) $21,18 - 21 = 0,18$.

Сначала определим порядок выполнения действий.



Ответ: 0,18.

Вспомним

- сложение и вычитание \rightarrow действия I порядка;
- умножение и деление \rightarrow действия II порядка;
- возведение в степень \rightarrow действие III порядка.

Возьмите на заметку

- ① Если в математическом выражении без скобок все действия одного порядка, то их выполняют в том порядке, в каком они записаны. \rightarrow а) $12,7 - 4,25 + 0,7$; б) $17,5 \cdot 4,7 : 100$;
- ② Если в математическом выражении без скобок все действия разных порядков, то сначала выполняют действия III порядка, затем действия II порядка, и в конце действия I порядка. \rightarrow в) $4 : 25 - 1,3^3 \cdot 10$;
- ③ Если математическое выражение содержит скобки, то сначала выполняют действия в скобках по 1 или 2 правилу, а затем выполняют действия, полученные после раскрытия скобок. \rightarrow г) $17 + 5,2 \cdot (6,8 + 5,4^2)$



Вычислите.

$$\begin{aligned}
 \text{а) } & (4,4 \cdot 1,5 - 6^2) : 10 + 0,5 \cdot 10 = \\
 & = (4,4 \cdot 1,5 - \square) : 10 + 0,5 \cdot 10 = \\
 & = (\square - \square) : 10 + 0,5 \cdot 10 = \\
 & = \square : 10 + 0,5 \cdot 10 = \\
 & = \square + 0,5 \cdot 10 = \\
 & = \square + \square = \\
 & = \square
 \end{aligned}$$

$$\text{б) } \overset{7}{2} \cdot \overset{6}{(17,5 - 0,4)} - \overset{8}{[18,1 - 4 \cdot (5^2 : 2 - 10)]} = \square$$

- 1) $\square = \square \cdot \square = 25;$
- 2) $25 : \square = \square;$
- 3) $12,5 - \square = 2,5;$
- 4) $4 \cdot 2,5 = \square;$
- 5) $18,1 - 10 = \square;$
- 6) $17,5 - 0,4 = 17,1;$
- 7) $17,1 \cdot 2 = 34,2;$
- 8) $34,2 - 8,1 = \square.$

Ответ: 26,1.

Упражнения и задачи



1. Вычислите.

- | | | | |
|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| а) $0,5 \cdot 0,7;$ | б) $0,6 \cdot 0,9;$ | в) $1,8 \cdot 3;$ | г) $2,5 \cdot 6;$ |
| д) $4,2 \cdot 1,5;$ | е) $6,1 \cdot 2,3;$ | ж) $1,24 \cdot 0,3;$ | з) $6,05 \cdot 0,4.$ |

2. Мешок сахара весит 50,4 кг. Сколько весят 5 мешков сахара? 10 мешков?

3. Вычислите.

- | | | | |
|-----------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|
| а) $25,4 \cdot 6,8;$ | б) $38,1 \cdot 7,2;$ | в) $125 \cdot 0,2;$ | г) $354 \cdot 0,7;$ |
| д) $0,05 \cdot 12,4;$ | е) $0,04 \cdot 17,2;$ | ж) $453 \cdot 0,04;$ | з) $611 \cdot 0,06.$ |

4. Комната Коли имеет форму кубоида, основанием которого является прямоугольник со сторонами 25 м и 5,2 м. Найдите площадь комнаты (основания кубоида).

$$\mathcal{A}_{\square} = a \cdot b$$

5. Страница учебника по математике имеет измерения: 16,5 см и 24 см. Найдите площадь страницы.

6. Степа перемножил числа:

а) 6,2 и 0,03, б) 0,5 и 2,4, в) 6 и 2,32 и получил десятичное число, у которого:

а) два десятичных знака; б) три десятичных знака; в) два десятичных знака. Правильно ли Степа выполнил умножение? Обоснуйте.

7. Вычислите, применив свойства умножения.

- | | | |
|-----------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| а) $10 \cdot 12,52;$ | б) $10 \cdot 6,08 \cdot 0,01;$ | в) $5 \cdot 7,89 \cdot 2;$ |
| г) $25 \cdot 2,63 \cdot 4;$ | д) $50 \cdot 6,14 \cdot 2;$ | е) $25 \cdot 0,44 \cdot 8.$ |

8. Вычислите, применив свойства умножения.
- а) $7,3 \cdot (1,4 + 0,7)$; б) $5,4 \cdot (3,8 + 1,2)$;
 в) $0,03 \cdot (1,84 - 0,7)$ г) $1,05 \cdot (2,16 - 1,9)$;
 д) $70 \cdot 27,54 + 70 \cdot 31,46$; е) $204 \cdot 31,18 + 204 \cdot 11,82$
 ж) $58 \cdot 62,17 - 58 \cdot 15,17$; з) $64 \cdot 43,27 - 64 \cdot 31,27$
9. Бамбук – самое быстрорастущее растение: по 0,75 м за 24 часа. Какой будет высота бамбука через: а) 5 дней; б) 10 дней; в) 25 дней, если на данный момент она составляет 0,65 м?
10. Вычислите.
- а) $25,48 \cdot 10$; $25,48 \cdot 100$; $25,48 \cdot 1000$; $25,48 \cdot 10\,000$;
 б) $61,46 : 10$; $61,46 : 100$; $61,46 : 1000$; $61,46 : 10\,000$.
11. Выполните действие.
- а) $0,08 \cdot 10$; б) $0,017 \cdot 10$; в) $1,038 \cdot 100$;
 г) $2,017 \cdot 100$; д) $16,04 \cdot 1000$; е) $27,13 \cdot 1000$.
12. Найдите площадь квадрата со стороной:
- а) 1,5 м; б) 2,3 см; в) 0,8 мм; г) 10,2 дм.
13. Вычислите: а) $1,1^2$; б) $1,1^3$; в) $2,5^2$; г) $2,5^3$; д) $0,1^3$; е) $0,1^2$.
14. Впишите знак сравнения, чтобы получить истинное высказывание:
- а) $6,2^2$ $2,4^3$; б) $1,8^3$ $2,1^2$;
 в) $0,01^2$ $0,02$; г) $0,04$ $0,2^2$;
 д) $3,5^3$ $6,3^2$; е) $105,3$ $10,1^2$.
15. Определите порядок выполнения действий.
- а) $16 \cdot 0,02 + 2,5^2 : 10$; б) $35,7 : 100 + 1,4^3 \cdot 10$;
 в) $6,5 \cdot (14,3 - 8,4) + 7,2^3$; г) $(12,81 - 3,06)^2 - 147,5 : 10$.
16. Найдите значение каждого выражения из упражнения 15.
17. Запишите произведение в виде степени.
- а) $2,3 \cdot 2,3 \cdot 2,3 \cdot 2,3 \cdot 2,3 \cdot 2,3$; б) $0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4$.
18. Дополните последовательность чисел.
- а) 2; 4; 8; 16; ; ; б) 5; 25; 125; 625; ; ;
 в) 3; 9; 27; 81; ; ; г) 96; 48; 24; 12; ; .
19. Выполните действия и проверьте результат с помощью калькулятора.
- а) $68,5 \cdot 12,4 + 254,14$ б) $13,2 \cdot (6,2 + 14,15) - 99,8$;
 в) $4 : 0,128 + 72,18$; г) $24,5 \cdot (7,8 + 44,13) + 101,16$.
20. Вес драгоценных камней измеряется в каратах. 1 карат = 0,2 г. Геолог нашел два драгоценных камня: один весом 21 карат, а другой – 10,1 г. Вес какого камня больше?





21. Автотурист двигался 3 часа со скоростью 99,5 км/ч и 5 часов – со скоростью 84,3 км/ч. Какое расстояние проехал автотурист за весь период времени?
22. При $x \in \{15; 24; 30; 45,3\}$ найдите значение выражения.
а) $62,4x$; б) $54,2x$,
23. Запишите сумму в виде произведения и вычислите.
а) $125,3 + 125,3 + 125,3 + 125,3 + 125,3$;
б) $68,15 + 68,15 + 68,15 + 68,15 + 68,15$.
24. Купили 4 кг яблок по цене 2,6 лея за килограмм и 3 кг груш по цене 3,1 лея за килограмм. Сколько всего заплатили за фрукты? На сколько 3 кг яблок дороже 2 кг груш?
25. Найдите значение выражения.
а) $2,7x - 1,5y$, при $x \in \{3, 4, 5\}$, $y \in \{0, 1, 2\}$;
б) $6,2x + 13,2y$, при $x \in \{0, 3, 5\}$, $y \in \{2, 7, 10\}$.
26. Дина на каникулы уехала к бабушке. На поезде она ехала 4 часа, а на автобусе – 3 часа. Какое расстояние проехала Дина, если скорость поезда 56,8 км/ч, а автобуса – 65,8 км/ч?



27. Кто считает быстрее?



28. Запишите пропущенное число.

- а)

27,84	278,4	10
38,15	?	100

- б)

0,245	24,5	100
4,17	?	10

29. Земля вращается вокруг Солнца со средней скоростью 29,76 км/с. Какое расстояние преодолит Земля:

- а) за время урока математики;
б) за 24 часа?



30. Восстановите запись.

а)
$$\begin{array}{r} \triangle \hexagon, \triangle \bigcirc \quad 5 \times \\ \hline \diamond \diamond \triangle, \hexagon \triangle \bigcirc \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} \diamond \square \nabla, \hexagon \hexagon \quad 8 \times \\ \hline \nabla \diamond \square, \nabla \hexagon \hexagon \quad 3 \end{array}$$

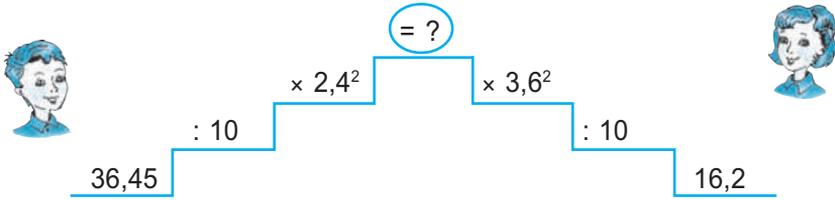
31. Какое расстояние преодолет человек, сделав 1 миллион шагов, если известно, что средняя длина его шага равна 0,75 м?

32. Вычислите.

а) $28,4 \cdot 10^2 + 10[16,8 - (400 : 100 - 4)]$; б) $124,5 \cdot (7,82 : 10 - 0,54) - 2,4^2$.



33. Кто считает быстрее?



34. Вычислите.

а) $(3,8 \cdot 1,75 : 10 + 1,02) : 100 + 0,4 \cdot 2,6^2 - 0,1^3$;
 б) $0,2 \cdot (11,28 + 3,4 : 100 \cdot 1,55) : 10 + 0,6 \cdot 3^2 - 0,2^4$.

35. Найдите кардинал множества.

а) $A = \{n \mid n \in \mathbb{N}, 1,2^n \leq 184\}$;
 б) $B = \{n \mid n \in \mathbb{N}, 2,5^n \leq 215, n - \text{четное число}\}$.

36. Вычислите: а) $\underbrace{2,82x + 2,82x + \dots + 2,82x}_{101 \text{ множитель}}$, если $x = 1000$;

б) $\underbrace{0,18t + 0,18t + \dots + 0,18t}_{110 \text{ множителей}}$, если $t = 100$.

37. Составьте задачу по каждому выражению и решите ее.

а) $6,8 \cdot 12,5$; б) $38 \cdot (5,7 + 9,4)$; в) $15 \cdot (44,5 - 30,1)$.

38. На вопрос о том, сколько у него учеников, известный древнегреческий математик Пифагор отвечал так: „Половина моих учеников изучает математику, четвертая часть изучает природу, седьмая часть проводит время в созерцании, остальную часть составляют 3 оратора“. Сколько учеников было у Пифагора?

39. Найдите самое большое натуральное число n , при котором верно неравенство: а) $\frac{n^2}{15} \leq 5,5$; б) $6,5 < \frac{42}{n^2}$.

§6 Отношения

1. Отношение двух одноименных величин

Исследуем и узнаем

1. Весной Миша и Петя засеяли два участка земли одинаковой площади семенами дыни. Летом Миша собрал на 30 дынь больше, чем Петя.

Можем ли мы утверждать, что Миша собрал дынь намного больше, чем Петя?

Объясняем

Чтобы с точностью ответить на этот вопрос, нам не хватает данных.

Рассмотрим два случая:



I случай

Миша — 45 дынь

Петя — 15 дынь

$$\rightarrow \frac{45}{15} = 3$$

Миша собрал в три раза больше дынь, чем Петя. Значит, Миша собрал дынь намного больше Пети.

II случай

Миша — 130 дынь

Петя — 100 дынь

$$\rightarrow \frac{130}{100} = 1,3$$

Миша собрал в 1,3 раза больше дынь, чем Петя. Значит, Миша собрал дынь ненамного больше Пети.

Часто, чтобы определить, во сколько раз одна величина больше другой, используют деление.

2. Во сколько раз длина прямоугольника, изображенного на рисунке, больше его ширины?

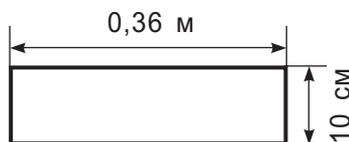
Решение:

Вычисляем и записываем:

$$36 \text{ см} : 10 \text{ см} = 3,6 \quad \text{или} \quad \frac{36 \text{ см}}{10 \text{ см}} = 3,6$$

Ответ: в 3,6 раза.

$$0,36 \text{ м} = 36 \text{ см}$$



Запись $\frac{a}{b}$, где a и b – любые числа, $b \neq 0$, называется **отношением**.

Эта запись означает деление числа a на число b .

Числитель отношения $\rightarrow \frac{a}{b}$
Знаменатель отношения $\rightarrow \frac{a}{b}$ ← члены отношения

Значение отношения $\frac{a}{b}$ равно частному от деления числа a на число b .

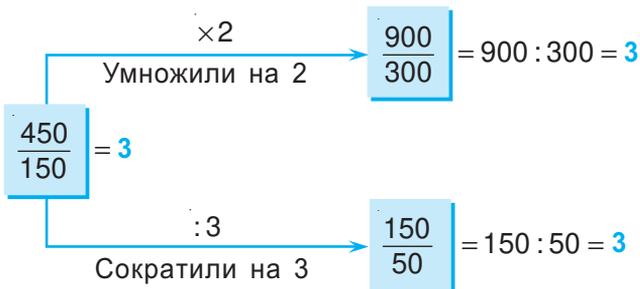
Два **отношения равны**, если их значения равны.

Отношение $\frac{a}{b}$ еще обозначают как $a : b$.

Следовательно, $\frac{45}{15}$, $\frac{110}{100}$, $\frac{36}{24}$, $\frac{15}{10}$, $\frac{6,3}{2,5}$ – это отношения. Дроби также являются отношениями.

3. Как изменится значение отношения $\frac{450}{150}$, если и числитель, и знаменатель отношения: умножить на 2; разделить на 3?

Решение:



Основное свойство отношения

Числитель и знаменатель отношения можно **умножить на одно и то же ненулевое число**.

$$\frac{2,3}{1,4} \xrightarrow[\text{на } 5]{\text{умножили}} \frac{5 \cdot 2,3}{5 \cdot 1,4} = \frac{11,5}{7}$$

Сократить отношение – значит, числитель и знаменатель отношения разделить на одно и то же ненулевое число.

$$\frac{0,3}{31} \xrightarrow[\text{на } 10]{\text{сократили}} \frac{0,3 : 10}{31 : 10} = \frac{0,03}{3,1}$$

При применении основного свойства отношения или сокращении отношения его значение не меняется.

2. Отношение двух разноименных величин

Исследуем и узнаём

1. 3 кг меда стоят 135 леев.
Сколько стоят 5 кг меда?

Решение:

Найдем цену меда:

$$\begin{array}{l} \text{Стоимость} \rightarrow \frac{135 \text{ леев}}{3 \text{ кг}} = \frac{45 \text{ леев}}{1 \text{ кг}} = 45 \text{ леев/кг} \leftarrow \text{Цена} \\ \text{Масса} \rightarrow \end{array}$$

Обозначение
45 леев/кг
читают как
„45 леев за
килограмм“.

Стоимость 5 кг меда составляет: $45 \cdot 5 = 225$ (леев).

Ответ: 225 леев.



Отношение двух разноименных величин образует новую величину.
Значение такого отношения называется **единичным отношением**.

Отношение стоимости меда к его массе – это новая величина – цена меда.

2. Самолет пролетел 720 км от Будапешта до Кишинева за 1 час и 40 минут. С какой средней скоростью летел самолет?

Решение:

$$\text{Скорость } (v) = \frac{\text{Расстояние } (d)}{\text{Время } (t)}$$

$$1 \text{ ч } 40 \text{ мин} = 100 \text{ мин} = 6000 \text{ с}$$

$$720 \text{ км} = 720\,000 \text{ м}$$

$$\text{Значит, } v = \frac{720\,000 \text{ м}}{6000 \text{ с}} = 120 \text{ м/с.}$$

Ответ: 120 м/с. (Читаем: „120 метров в секунду“.)



Упражнения и задачи



1. Составьте отношения, членами которых являются числа из множества:

- а) {2, 3, 4}; в) {0,1; 4; 6};
 б) {5, 11, 8}; г) {9; 2,5; 1; 2}.

Образец:

$$\text{а) } \frac{2}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{3}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{4}{4}.$$

2. а) Из данных отношений выберите дроби: $\frac{1}{3}, \frac{14}{5}, \frac{2}{2,1}, \frac{4}{1}, \frac{9,5}{6}, \frac{1}{2,7}, \frac{0,3}{0,4}$.

б) Чем дробь отличается от отношения?

3. Найдите значение отношения. а) $\frac{18}{3}$; б) $\frac{50}{100}$; в) $\frac{3}{1000}$; г) $\frac{4,11}{10}$.

4. а) Умножьте числитель и знаменатель отношения $\frac{3,1}{7}$ на 0,1.

б) Сократите отношение $\frac{4,2}{10}$ на 10.

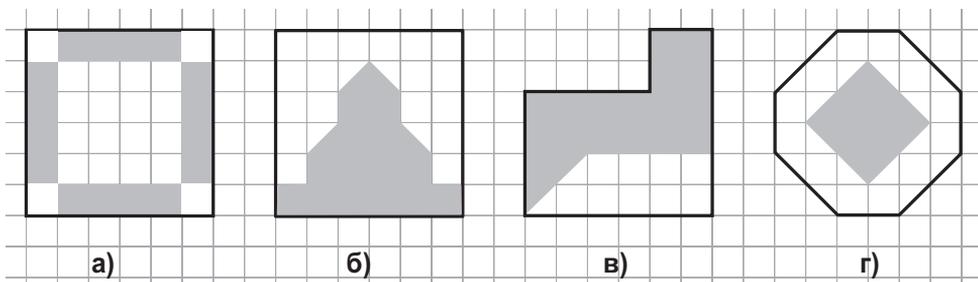
в) Умножьте числитель и знаменатель отношения $\frac{2,6}{3,8}$ на 3.

г) Сократите отношение $\frac{35}{10}$ на 5.

5. Восстановите последовательность равных отношений.

а) $\frac{2}{5} = \frac{\square}{10} = \frac{6}{\square} = \frac{\square}{25} = \frac{18}{\square}$; б) $\frac{9}{\square} = \frac{18}{8} = \frac{\square}{2} = \frac{36}{\square} = \frac{\square}{20}$.

6. Найдите значение отношения площади закрашенной части к площади незакрашенной части:



7. Сравните x и y , если:

а) $\frac{x}{y} = \frac{31}{26}$; б) $\frac{x}{y} = 0,9$; в) $y = \frac{7}{8}x$; г) $x = 2,3y$.

8. Найдите значение отношения.

- а) 3 м к 15 см;
 б) 3 ч к 45 мин;
 в) 7,5 кг к 250 г;
 г) количества дней в мае к количеству дней в августе;
 д) наибольшего трехзначного натурального числа к наименьшему двузначному натуральному числу.

9. Чему равно отношение количества мальчиков к количеству девочек вашего класса?

10. Сравните отношения.

а) $\frac{2,1}{10} \bullet \frac{3,8}{10}$;

б) $\frac{3}{7} \bullet \frac{4}{9}$;

в) $\frac{6,6}{5,5} \bullet \frac{0,66}{0,55}$;

г) $\frac{11}{0,5} \bullet \frac{5}{0,2}$.



11. В кастрюлю с 4-мя литрами воды хозяйка положила 3 ложки соли, а в другую с 3-мя литрами воды – 2 ложки соли. Какой раствор более соленый?

12. У кого производительность больше?

Производительность – работа, выполненная за единицу времени.

а) Анна собирает 25 лукошек ягод за 4 часа, а Петр – 29 лукошек ягод за 5 часов.

б) Мастер Молоток забивает 152 гвоздя за 8 часов, а мастер Гвоздь – 126 гвоздей за 7 часов.

в) Мистер Всезнайка правильно решает 244 задания за 400 минут, а мистер Многознайка – 300 заданий за 10 часов.

г) Господин Болтуненко произносит 1234 слова за 3 минуты, а господин Щебетунко – 4321 слово за 12 минут.

д) Сэр Обжоркинг съедает 3 кг торта за 7 минут, а сэр Щекинг – 5 кг 200 г торта за 15 мин 15 с.

13. Периметр прямоугольника равен 28 см.

Отношение длин его сторон равно $\frac{3}{4}$. Вычислите длины сторон и площадь прямоугольника.

14. Значение отношения площадей двух квадратов равно 25. Чему равно отношение:

а) длин сторон квадратов;

б) периметров квадратов?

15. Яркость звезд различна. Самые яркие звезды еще в древности называли звездами 1-й величины, а самые слабые – звездами 6-й величины. Звезды 1-й величины ярче звезд 2-й величины в 2,5 раза, звезды 2-й величины ярче звезд 3-й величины в 2,5 раза и т. д. Во сколько раз звезды 1-й величины ярче звезд 6-й величины?



16. Запишите три отношения, значения которых составляет:

а) 3; б) $\frac{1}{4}$; в) $1\frac{2}{5}$; г) 0,125.

17. Постройте прямоугольник, значение отношения длин сторон которого составляет:

а) 2; б) $\frac{2}{3}$; в) 1,8; г) 0,5.

18. Чтобы получить качественный раствор, рекомендуется смешать цемент и песок в отношении 2 к 5. Сколько необходимо взять песка для 300 кг цемента?

19. Длина веревки – 17,35 м. От нее отрезали сначала 3,75 м, а затем еще на 15 см больше.

а) Найдите длину оставшегося отрезка.
б) Вычислите значение отношения между длиной всей веревки и длиной оставшегося отрезка веревки.



20. Найдите $\frac{2a+3b}{3b}$, если $\frac{a}{b} = 0,9$.

21. Найдите значение отношения $\frac{x}{y}$, если $\frac{8y-5x}{5y-3x} = \frac{7}{3}$.

22. У торговца Махлюйкина два вида сметаны: по 20 леев/кг и по 12 леев/кг. Смешав эти два вида, он решил получить третий вид сметаны – по цене 14 леев/кг. В каком отношении торговец должен смешивать эти два вида сметаны?



23. Коммерсант Двuruшкин привез из Греции бананы двух видов: по 11 леев/кг и по 14 леев/кг. Так как бананы, цена которых выше 12 леев/кг, продаются плохо, он решил смешать эти два вида, чтобы получить третий – по цене 12 леев/кг. В каком отношении Двuruшкин должен смешивать эти два вида бананов?

Задания для осмысления

1. Из каких частей состоит десятичное число?
2. Какова роль запятой в записи десятичного числа?
3. Что обозначает каждая цифра, записанная в дробной части десятичного числа? В целой части?
4. Какие способы сравнения двух десятичных чисел вы знаете? Приведите примеры каждого способа.
5. Как найти приближение десятичного числа с недостатком и с избытком?
6. Каковы правила округления десятичного числа?
7. Приведите примеры применения десятичных чисел в повседневной жизни.
8. Приведите из повседневной жизни примеры, когда применяется округление десятичных чисел.
9. Приведите примеры применения десятичных чисел в других школьных дисциплинах, помимо математики.
10. Какие арифметические действия с десятичными числами вы знаете?
11. Как выполняется сложение двух десятичных чисел? Трех десятичных чисел? Четырех десятичных чисел?
12. Какими свойствами обладает сложение десятичных чисел?
13. Верно ли, что вычитание – действие, обратное действию сложения?
14. Как выполняется вычитание двух десятичных чисел?
15. Сколькими способами можно проверить правильность выполнения сложения двух десятичных чисел? Как проверить вычитание?
16. Приведите примеры применения сложения и вычитания десятичных чисел в повседневной жизни?
17. Сформулируйте правило умножения десятичного числа на натуральное число.
18. Как выполняется умножение двух десятичных чисел?
19. Какими свойствами обладает умножение десятичных чисел?
20. Сформулируйте правило умножения десятичного числа на 10, 100, 1 000 и т. д.
21. Как выполняется деление десятичного числа на 10, 100, 1 000 и т. д.?
22. Объясните понятие *степень десятичного числа*.
23. Как на калькуляторе проверить вычисления с десятичными числами?
24. Каков порядок выполнения действий с десятичными числами?
25. Чем дробь отличается от отношения?
26. Приведите примеры отношений двух величин:
а) одноименных; б) разноименных.

Упражнения и задачи для повторения



1. Выполните действия и проверьте результат на калькуляторе.

а) $2,75 \cdot 10 + 8,4 \cdot 100$;

б) $4,14 \cdot 5 - 7,6 \cdot 0,1$;

в) $3,02 \cdot 25 - 0,745 \cdot 100$;

г) $54,3 : 10 + 25 \cdot 0,04$.

2. Вычислите.

а) $1,6^2 \cdot (30 - 12,5) + 144 : 12$;

б) $0,5^3 \cdot (16 + 24,4) - 2,5 : 10$.

3. Вычислите и проверьте результат двумя способами.

а) $42,027 + 16,173$;

б) $70,25 + 15,05$;

в) $785,18 - 172,08$;

г) $201,5 - 38,65$.

4. Впишите число, чтобы получить истинное высказывание.

а) $29 + \square < 29,3$;

б) $48 - \square > 47$;

в) $403,5 + \square \geq 404$;

г) $62,8 - \square < 61$.

5. Перечислите элементы множества.

а) $A = \{3,4x \mid x \in \mathbb{N} \text{ и } x - \text{делитель } 18\}$.

б) $B = \{2,5x \mid x \in \mathbb{N}, x - \text{кратное числа } 18 \text{ и } x \leq 40\}$.



6. На оптовой базе было 1 445,6 т яблок. За первую неделю продали 304,4 т яблок, а за вторую неделю – на 105 т больше. Сколько тонн яблок осталось?

7. Килограмм конфет стóит 43,5 лея, а один килограмм бананов – 16,5 лея. Купили по два килограмма конфет и бананов. Сколько стóит вся покупка? Решите задачу двумя способами.

8. Молодая семья приобрела стол и 10 стульев, заплатив за всё 2000 леев. Сколько стоит один стул, если стол стоит 435,5 лея?

9. У мамы было 235,8 лея. Она купила: 2 кг картошки по цене 4,5 лея за килограмм, 3 кг яблок по цене 8,25 лея за килограмм и куклу Барби для Даны за 102 лея. Сколько денег осталось у мамы?

10. За 6 учебников и 10 тетрадей заплатили 205,5 лея, а за 8 учебников и 5 тетрадей заплатили 219,5 лея. Сколько стóит один учебник и одна тетрадь?

11. У Коли 8,5 лея, У Дениса – в 4 раза больше, чем у Коли, а у Вити столько, сколько у Коли и Дениса вместе. Сколько всего денег у трех друзей?

12. Папа, мама и их сын положили на счета в банке 2 615,4 евро. Сумма вкладов папы и мамы составляет 2008,8 евро, а мамы и сына – 1500,3 евро. Сколько денег на счету у каждого члена семьи?
13. Миша переписал выражение $4 \cdot 0,4 + 6,4 : 4 - 2$, но забыл проставить скобки. Помогите Мише поставить скобки так, чтобы результат был равен:
 а) 6; б) 4,8; в) 0.
14. Найдите значение отношения.
 а) 1,6 м и 2,5 см; б) 5,5 ч и 30 мин; в) 9,9 кг и 0,3 кг.

15. Периметр прямоугольника равен 40 см. Отношение длин его сторон равно $\frac{2}{5}$. Вычислите длины сторон и площадь прямоугольника.
16. Фермер продал на базаре 94,5 кг фруктов. Яблоки составили $\frac{4}{9}$ всех фруктов, абрикосы – $\frac{2}{9}$ всех фруктов, оставшаяся часть – персики. Сколько всего килограммов персиков было продано? Решите задачу двумя способами.
17. Сумма двух чисел равна 14,3, а их разность – 5,8. Найдите эти числа.
18. Составьте задачу по выражению и решите ее.
 а) $2,1^2 - 1,4$; б) $20 \cdot (64,3 - 59,8)$.
19. Составьте задачу, используя отношение 2 : 3.



Задача для чемпионов

20. Трое рабочих собрали вместе 206 кг яблок. Второй рабочий собрал на 25 кг яблок больше, чем половина того, что собрал первый рабочий, а третий – на 22 кг яблок меньше удвоенного количества яблок, собранных вторым рабочим.
 а) Найдите, сколько килограммов яблок собрал каждый рабочий.
 б) Определите, сколько килограммов яблок следует еще собрать, чтобы заработать 2 200 леев, если 1 кг яблок стоит 5,5 лея.
 в) Найдите, сколько нужно ящиков для упаковки всех собранных яблок, чтобы заработать 2 200 леев, если в один ящик можно упаковать 18 кг яблок.

I вариант

1. Во время путешествия Дима проехал 400,25 км на поезде и на 20 км меньше на автобусе, а Ирина – 300 км на поезде и на 50,5 км больше на автобусе.

а) Впишите в рамку десятичное число, чтобы получить истинное высказывание.

$$400,25 - \square < 210.$$

$$300 + \square > 450,5.$$

б) Найдите, сколько километров проехал Дима.

в) Найдите, сколько километров проехала Ирина.

г) Определите, кто проделал более длинный путь и на сколько.

2. За декабрь семья Прунич должна заплатить по счетам за:

- телефон (стационарный) – 111,98 лея;
- интернет – 135 леев;
- телевидение – 60 леев;
- отопление – 1480,5 лея;
- холодную воду – 100,89 лея;
- газ – 39,66 лея.

а) Впишите в рамку букву И, если высказывание истинно, или букву Л, если оно ложно:

Все числа, указанные на счетах, являются десятичными числами.

б) Сколько м³ газа истратила семья, если 1 м³ газа стоит 6 леев?

в) Сколько м³ холодной воды было использовано в декабре, если 1 м³ холодной воды стоит 9 леев?

г) Найдите сумму, которую должна выплатить семья Прунич за декабрь.

3. Составьте задачу по выражению.

$$10,5 \cdot 3 + 25,4 : 2.$$

II вариант

1. За продукты госпожа Русу заплатила 200,25 лея, а за хозяйственные товары – на 35 леев больше. Госпожа Лупу заплатила 350 леев за продукты и на 21,5 лея меньше за хозяйственные товары.

а) Впишите в рамку десятичное число, чтобы получить истинное высказывание.

$$200,25 + \square < 235.$$

$$350 - \square > 21,5.$$

б) Найдите, сколько заплатила за все товары госпожа Русу.

в) Найдите, сколько заплатила за все товары госпожа Лупу.

г) Определите, кто заплатил больше и на сколько.

2. Турист проехал на машине:

- в первый день 280,5 км;
- во второй день 300,4 км;
- в третий день 312 км;
- в четвертый день 340,2 км;
- в пятый день 298 км.

а) Впишите в рамку букву И, если высказывание истинно, или букву Л, если оно ложно:

Все числа, указывающие пройденные расстояния, являются десятичными числами.

б) За сколько часов проехал турист расстояние в третий день, если он двигался со скоростью 60 км/ч?

в) На сколько километров больше проехал турист за четвертый день, чем за первый день?

г) Сколько километров проехал турист за пять дней?

3. Составьте задачу по выражению.

$$74,8 : 2 - 10,2 \cdot 3.$$

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	31–29	28–26	25–23	22–19	18–14	13–10	9–7	6–4	3–2	1–0

6

Элементы геометрии

§ 1 Точка и прямая

Исследуем и узнаем

• Высочайшей вершиной земного шара является Эверест в Гималаях, высота которой 8848 метров над уровнем моря.

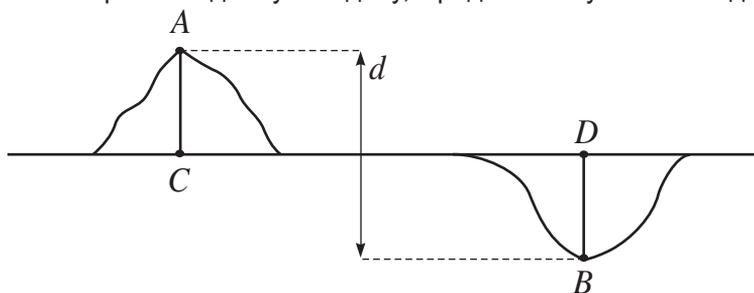
Самая глубокая точка на планете – это Марианская впадина, расположенная в Тихом океане на глубине 11034 метров.

Какова разность уровней высочайшей точки земного шара и самой глубокой точкой на планете?



Решение:

Для того чтобы решить данную задачу, представим условие задачи в виде рисунка:



Пусть d – разность между уровнями.

Тогда $d = 8848 + 11034 = 19882$ (м).

Ответ: 19882 м.

• Рассмотрите рисунок, относящийся к условию задачи. Какие геометрические фигуры были использованы для изображения:

а) уровня моря; б) вершины Эверест; в) Марианской впадины?

• Что обозначает:

а) точка B ;

б) длина отрезка AC ? Длина отрезка BD ?

Что знаем? Что узнаем?

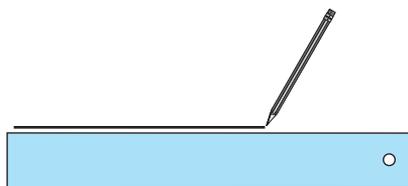
1. Точка

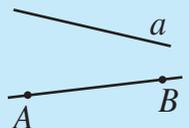
Точка – самая простая геометрическая фигура. Все геометрические фигуры состоят из точек.

Изображаем: 	Обозначаем: Точки обозначают прописными латинскими буквами: A , B и т. д. Иногда точки обозначают A_1 , A_2 и т. д. (читаем: „ A один“, „ A два“ и т. д.).
---	--

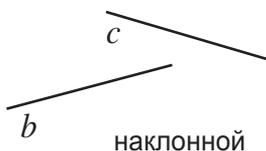
2. Прямая

Прямую строят с помощью линейки. Фактически с помощью линейки мы изображаем только часть прямой. Прямые неограниченны, их можно продлить сколько угодно в оба конца.



Изображаем: 	Обозначаем: Прямые обозначают строчными латинскими буквами: a , b и т. д. или двумя прописными буквами: AB , CD и т. д.	Читаем: Прямая a , прямая AB (или BA)
--	---	--

Прямая может быть:



Если точка A принадлежит прямой a , то обозначаем $A \in a$.

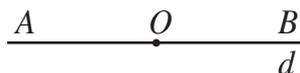
Если точка B не принадлежит прямой a , то обозначаем $B \notin a$.



Три и более точек, лежащих на одной прямой, называются **коллинеарными**.

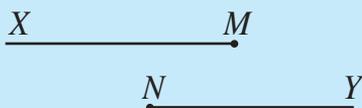
3. Полупрямая

Произвольная точка O , лежащая на прямой, делит эту прямую на две фигуры, называемые **полупрямыми**. Точка O называется **началом полупрямых**.





Изображаем:



Обозначаем:

Полупрямые обозначают двумя прописными латинскими буквами: $[MX]$; $[NY]$ и т. д., первая из которых указывает на начало полупрямой.

Две полупрямые с общим началом и образующие прямую называются **противоположными полупрямыми**.

$[AB]$ и $[AC]$ являются противоположными полупрямыми.



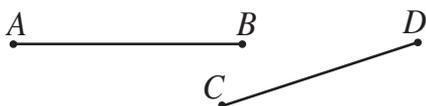
4. Отрезок

Отрезком называется часть прямой, заключенная между двумя точками.

Точки, ограничивающие отрезок, называются его **концами**.



Изображаем:



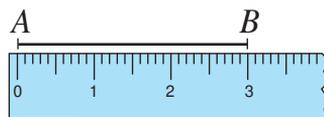
Обозначаем:

$[AB]$ или $[BA]$

$[CD]$ или $[DC]$

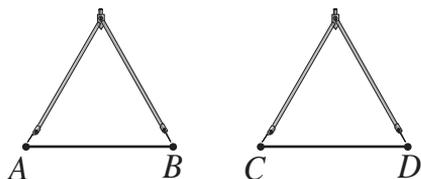
Длину отрезка можно определить с помощью линейки с делениями.

Для того чтобы сравнить длину двух отрезков, можно использовать линейку с делениями или циркуль.



$AB = 3$ см

Измеряем:



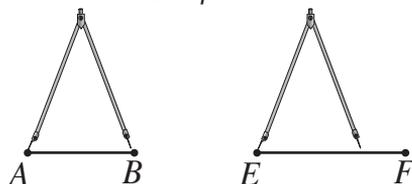
Обозначаем:

$AB = CD$

Читаем:

Длина отрезка AB равна длине отрезка CD .

Измеряем:



Обозначаем:

$AB < EF$

Читаем:

Длина отрезка AB меньше длины отрезка EF .

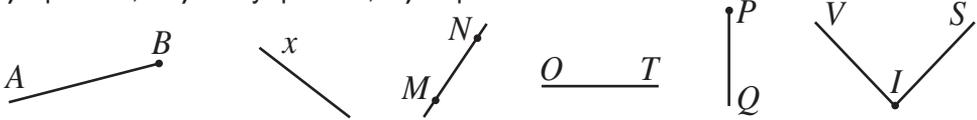
Два отрезка AB и CD одинаковой длины называются **конгруэнтными отрезками**. Обозначаем: $[AB] \equiv [CD]$

Упражнения и задачи



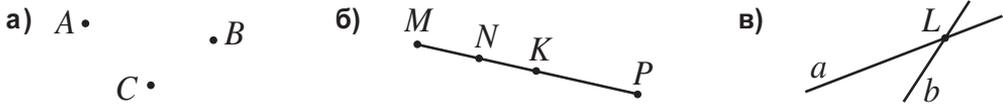
1. Определите среди приведенных фигур:

а) прямые; б) полупрямые; в) отрезки.



2. Постройте и обозначьте: точку, прямую, полупрямую, отрезок.

3. Какие из следующих рисунков являются геометрическими фигурами?



4. Постройте геометрическую фигуру, образованную:

а) тремя точками; б) четырьмя точками; в) 10 точками;
г) не менее чем 50 точками; д) более чем 100 точками.

5. Изобразите рисунок, соответствующий каждой описанной ситуации.

- Точка A принадлежит прямой l и не принадлежит прямой q .
- Прямые a и b имеют одну общую точку L .
- Точки M и N одновременно принадлежат полупрямым $[AB$ и $[CD$.
- Точка B не принадлежит прямой t , а точка D принадлежит этой прямой.
- Прямые c и d не имеют общих точек.
- Полупрямые $[AB$ и $[AC$ не являются противоположными полупрямыми.
- Отрезок PQ лежит на прямой d , а точка Q принадлежит этой прямой.

6. Истинно или Ложно?

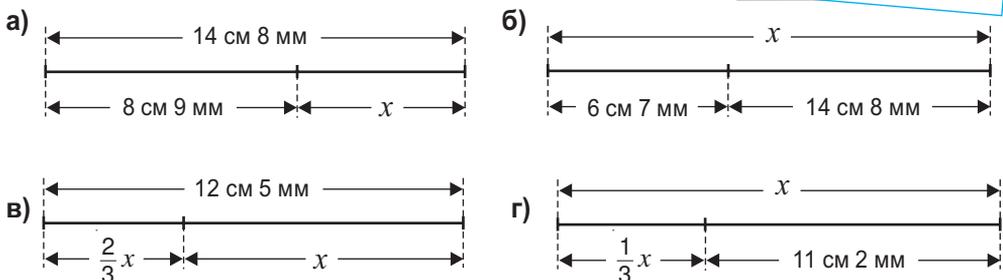


- Прямая AB содержит отрезок AB .
- Две различные прямые могут иметь две общие точки.
- Две различные полупрямые не могут иметь двух общих точек.
- Два различных отрезка не могут иметь двух общих точек.
- Отрезок CD содержит прямую CD .



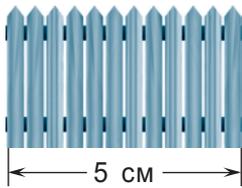
7. Найдите x .

1 дм = 10 см
1 см = 10 мм



8. Какова реальная длина:

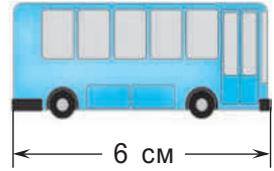
а) забора;



Масштаб
1 : 80

Если масштаб рисунка 1 : n , то изображенный предмет в реальности в n раз больше.

б) автобуса?



Масштаб
1 : 150

9. Точки A , B и C – коллинеарные. Найдите длину отрезка AB , если:

а) $AC = 7$ дм, $BC = 4$ дм 3 см;

б) $AC = 11$ дм 3 см, $BC = 18$ дм 8 см;

в) $AC = 3$ дм 7 см 7 мм, $BC = 2$ дм 8 см 9 мм;

г) $AC = 5$ дм 5 см 5 мм, $BC = 5$ дм 6 см 7 мм.

• Рассмотрите все возможные случаи.

10. Точки M , N , K – коллинеарные. Какая из этих точек может лежать между двумя другими, если:

а) $MN < MK$;

б) $MK > NK$;

в) $NK = MN$;

г) $MN > MK$;

д) $NK < MK$;

е) $MN = MK$?

• Обоснуйте рисунком.

11. Две различные точки A и B определяют две полупрямые: $[AB$ и $[BA$. Точки M , N , K – три различные точки. Сколько полупрямых они определяют, если:

а) точки M , N , K – коллинеарные;

б) точки M , N , K – неколлинеарные?

12. Точки A , B , C , D различны и каждые три из них – неколлинеарны. Сколько различных прямых они определяют?

13. а) Даны 5 точек на окружности. Сколько можно провести отрезков, концами которых являются эти точки?

б) Решите задачу для 10 различных точек.

14. Четверть длины отрезка AB равна половине длины отрезка CD , который на 6 см короче отрезка AB . Найдите длину каждого отрезка.

§ 2 Углы



Что знаем? Что узнаем?

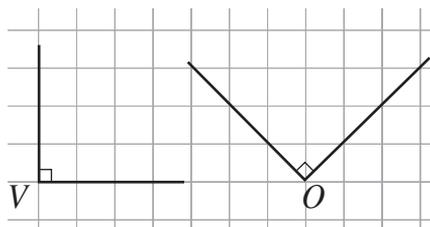
Углом называется геометрическая фигура, образованная двумя полупрямыми (сторонами угла) с общим началом (вершина угла).

<p>Изображаем:</p>	<p>Обозначаем:</p> <p>$\angle AOB$ (или $\angle BOA$, или $\angle O$), $\angle MVN$ (или $\angle NVM$, или $\angle V$).</p> <p>Букву, которой обозначена вершина угла, записывают в середине. Иногда углы обозначают буквами греческого алфавита: α, β, γ, δ и т. д. (читаем: „альфа“, „бета“, „гамма“, „дельта“ и т. д.)</p>
--------------------	--

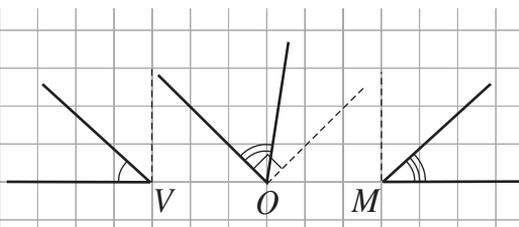
Величина угла показывает, как далеко располагаются друг от друга его стороны. Если точка лежит между сторонами угла, то говорим, что она принадлежит внутренней области этого угла.

✓ Классификация углов

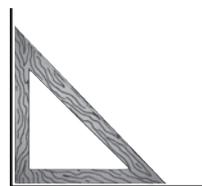
а) *Прямые углы:*



б) *Острые углы:*

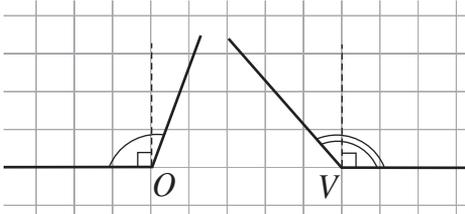


Для построения прямого угла используем угольник или тетрадный лист в клетку.

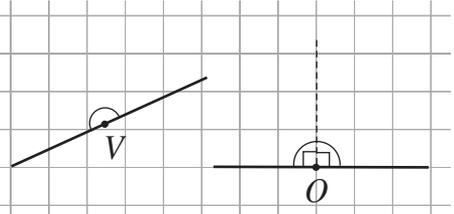


Прямой угол на чертеже обозначается через \square .

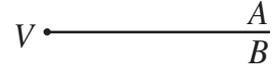
в) Тупые углы:



г) Развернутые углы:



д) Нулевым углом называется угол, стороны которого совпадают: $\angle AVB$ – нулевой угол.



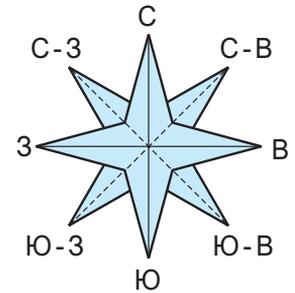
Упражнения и задачи



1. Постройте и обозначьте. а) $\angle ABC$; б) $\angle TIK$; в) $\angle U$; г) $\angle V$.

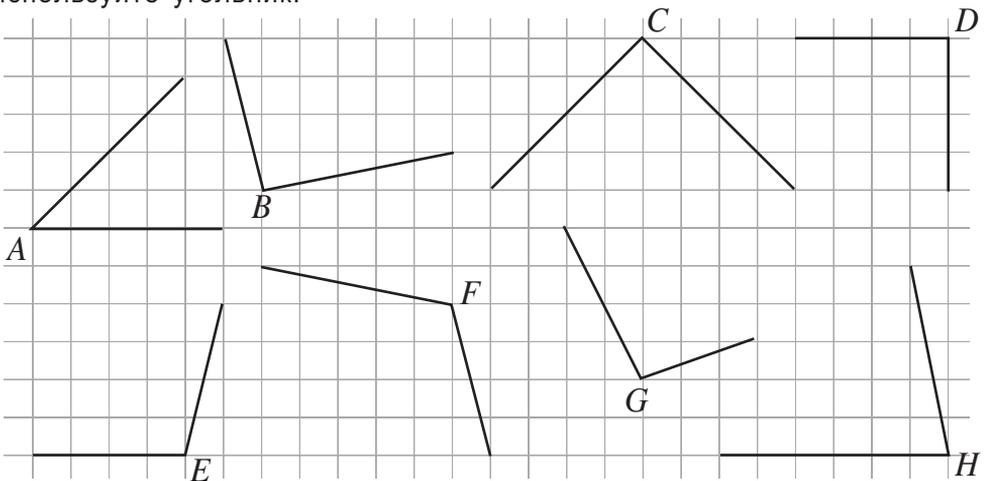
2. Определите виды углов, образованных направлениями розы ветров:

а) север и запад; б) юг и восток; в) запад и северо-восток; г) юго-запад и юго-восток; д) северо-запад и юго-восток; е) восток и северо-восток; ж) юг и северо-запад; з) северо-восток и юго-запад; и) юг и юго-восток.



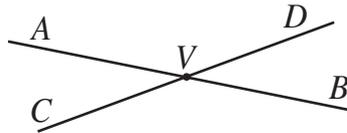
3. Постройте и обозначьте: а) $\angle ABC$ – острый; б) $\angle SUR$ – прямой; в) $\angle VAR$ – развернутый; г) $\angle OPT$ – тупой; д) $\angle ASC$ – острый; е) $\angle DRE$ – прямой; ж) $\angle NUL$ – нулевой.

4. Запишите углы: а) прямые; б) острые; в) тупые; г) развернутые. Используйте угольник.



5. Прямые AB и CD пересекаются в точке V . Определите:

- а) острые углы;
- б) тупые углы;
- в) развернутые углы.



6. Запишите углы из упражнения 4 в порядке возрастания их величин. Используйте прозрачную бумагу.

7. Угол какого вида описывает минутная стрелка часов за:

- а) 30 минут;
- б) 25 минут;
- в) 20 минут;
- г) 15 минут;
- д) 10 минут;
- е) 5 минут?



8. Угол какого вида описывает часовая стрелка за:

- а) полчаса;
- б) час;
- в) 6 часов;
- г) 3 часа;
- д) 4 часа;
- е) 5 часов?

9. Угол какого вида образуют стрелки часов, показывая время:

- а) 15:00; б) 17:00; в) 12:00;
- г) 18:00; д) 1:00?

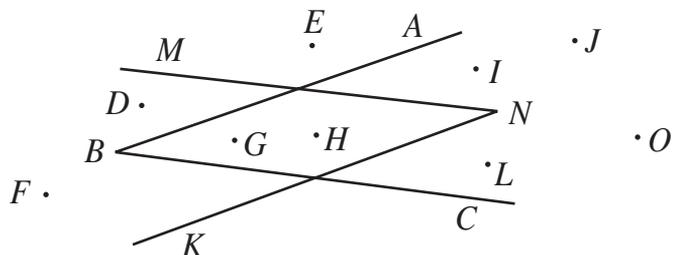
10. Выполните рисунок, соответствующий описанной ситуации.

- а) Точка M принадлежит тупому углу ALB .
- б) Точка S не принадлежит острому углу MIC , а точка T принадлежит полупрямой $[IC$.
- в) Точки I и N принадлежат углу ABE и точки B, I, N – коллинеарные.
- г) Углы MAL и CAL – острые.
- д) Угол MAL – тупой, а угол CAL – острый.



11. Какие из точек принадлежат внутренней области угла:

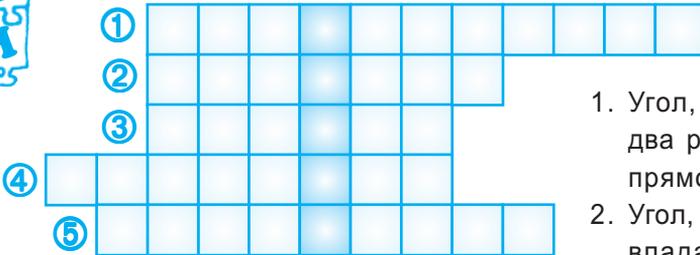
- а) ABC ;
- б) MNK ?



12. Используя тетрадный лист в клетку, постройте и обозначьте:
- прямой угол;
 - угол, величина которого в два раза меньше прямого угла;
 - угол, величина которого в 1,5 раза больше прямого угла;
 - два прямых угла с общей вершиной и различными сторонами.



13. Перечертите в тетрадь и решите кроссворд. Отгадайте слово, зашифрованное в закрашенной колонке.



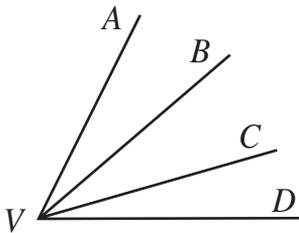
- Угол, величина которого в два раза больше величины прямого угла.
- Угол, стороны которого совпадают.

- Угол, величина которого меньше величины прямого угла, но больше величины нулевого угла.
- Инструмент для построения прямых углов.
- Не вертикальная и не горизонтальная прямая.

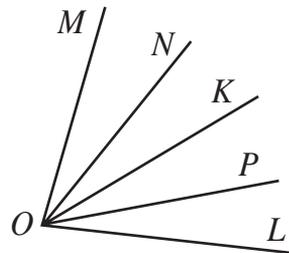
14. Сколько углов можно начертить, если даны:

- неколлинеарные точки A, B, C ;
- точки A, B, C, D , где каждые три – неколлинеарные?

15. Сколько углов изображено на рисунке?



а)



б)



Задача для чемпионов

16. Сколько полупрямых надо провести из вершины угла в его внутренней области, чтобы получить:

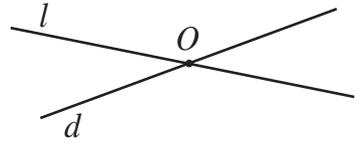
- 15 углов;
- 21 угол?

§ 3

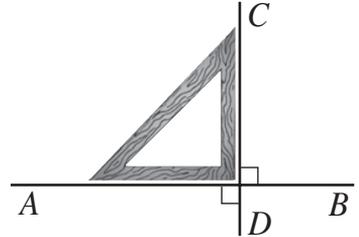
Взаимное расположение двух прямых

Что знаем? Что узнаем?

✓ Две прямые называются **пересекающимися прямыми**, если у них есть одна общая точка. На рисунке точка O – точка пересечения прямых l и d .

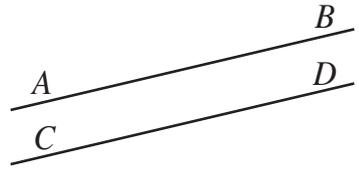


✓ Две пересекающиеся прямые называются **перпендикулярными прямыми**, если при пересечении они образуют прямой угол.



Обозначаем: $AB \perp CD$.

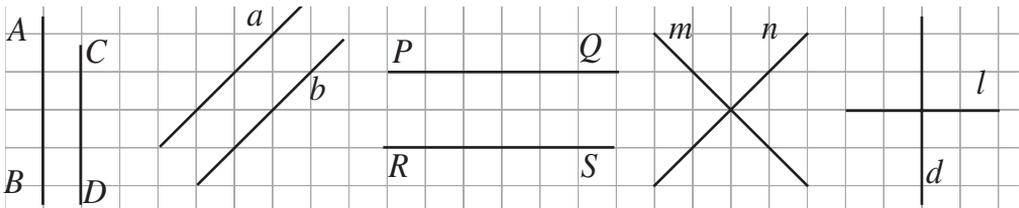
✓ Две прямые, лежащие в одной плоскости, называются **параллельными прямыми**, если они не пересекаются.



Обозначаем: $AB \parallel CD$.

Параллельные или перпендикулярные прямые можно построить:

а) используя тетрадный лист в клетку.



$AB \parallel CD$

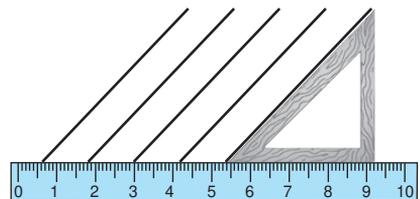
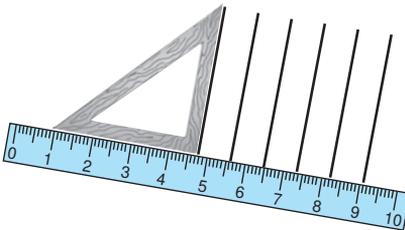
$a \parallel b$

$PQ \parallel RS$

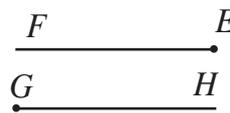
$m \perp n$

$d \perp l$

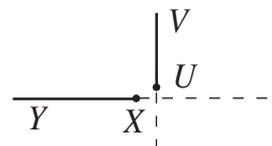
б) с помощью линейки и угольника.



Замечание. Две полупрямые называются **параллельными полупрямыми** (перпендикулярными), если прямые, которые их содержат, параллельны (перпендикулярны).



$[EF \parallel [GH$

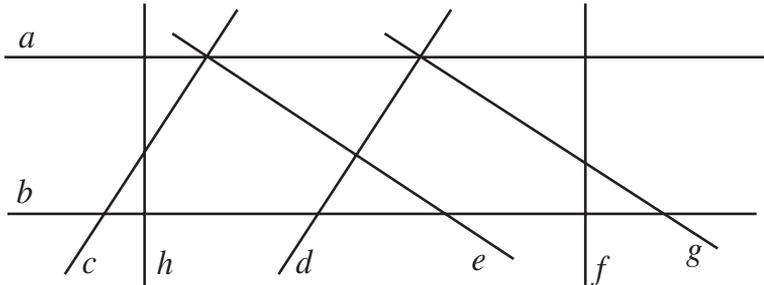


$[XY \perp [UV$

Упражнения и задачи



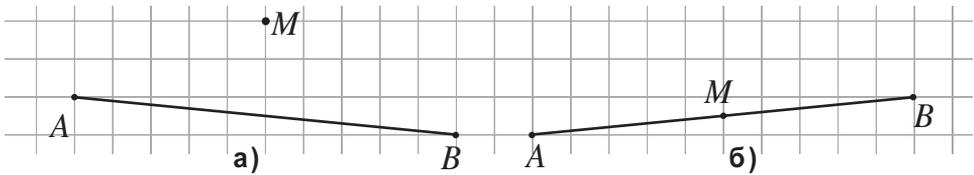
1. Постройте две прямые:
 - а) пересекающиеся в точке M ;
 - б) перпендикулярные;
 - в) параллельные и вертикальные.
2. Определите при помощи линейки и угольника:
 - а) перпендикулярные прямые;
 - б) параллельные прямые.



3. При помощи тетрадного листа в клетку постройте и обозначьте две прямые:
 - а) наклонные и параллельные;
 - б) наклонные и перпендикулярные;
 - в) пересекающиеся, одна из которых вертикальная;
 - г) пересекающиеся, одна из которых горизонтальная.
4. Выполните рисунок, соответствующий каждой описанной ситуации.
 - а) Прямые a и b пересекаются и $AB \parallel b$.
 - б) Прямые a , b и c попарно пересекаются.
 - в) $AB \parallel CD$ и $BD \parallel AC$.
 - г) Прямые a , b и c попарно пересекаются, и точка M принадлежит этим прямым.
 - д) $AB \perp CD$ и точка A принадлежит прямой CD .
 - е) Прямые AB и CD пересекаются, $EF \perp AB$, и точка M принадлежит этим прямым.
 - ж) Полупрямые $[AB$ и $[DC$ не пересекаются и не параллельны.
 - з) $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, $[AB] \equiv [CD]$ и $[BC] \equiv [AD]$.
5. Истинно или Ложно?
 - а) Горизонтальная и вертикальная прямые перпендикулярны.
 - б) Две перпендикулярные прямые являются и пересекающимися.
 - в) Горизонтальная прямая и наклонная прямая не пересекаются.
 - г) Если $a \parallel b$ и $b \parallel c$, то $a \parallel c$.
 - д) Если $a \perp b$ и $b \perp c$, то $a \perp c$.

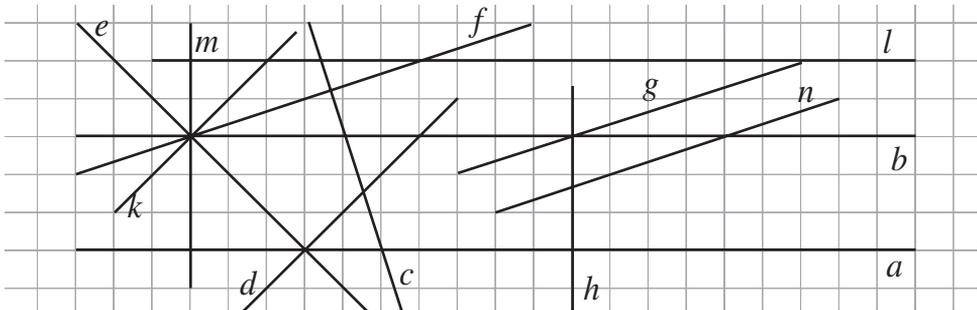


6. Перечертите. Используя линейку и угольник, проведите через точку M :
- 1) прямые, параллельные прямой AB ;
 - 2) прямые, перпендикулярные прямой AB .
- Сделайте вывод.

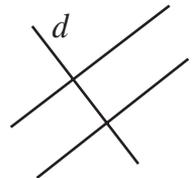


7. Рассмотрите рисунок и запишите прямые:

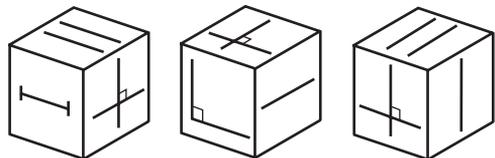
- а) параллельные прямой a ;
- б) пересекающие прямую b ;
- в) перпендикулярные прямой l ;
- г) перпендикулярные прямой c ;
- д) пересекающие прямую m ;
- е) параллельные прямой g .



8. Сколько пар параллельных прямых можно провести через 3 неколлинеарные точки?
9. Сколько пар перпендикулярных прямых можно провести через 3 неколлинеарные точки?
10. При пересечении прямой d двумя параллельными прямыми образуется один отрезок. Сколько отрезков образуется, если прямая d пересечет:
- а) 3 параллельные прямые;
 - б) 5 параллельных прямых;
 - в) 10 параллельных прямых?



11. На рисунке представлены три различные позиции кубика. Нарисуйте в тетради геометрическую фигуру, изображенную на противоположной грани с указанными на ней двумя параллельными прямыми.



§ 4 Треугольники и четырехугольники. Площадь фигуры

1. Треугольники и четырехугольники

Что знаем? Что узнаем?

- Даны три неколлинеарные точки A, B, C .

Построим все отрезки, соединяющие эти точки.

Полученная геометрическая фигура называется **треугольником**.

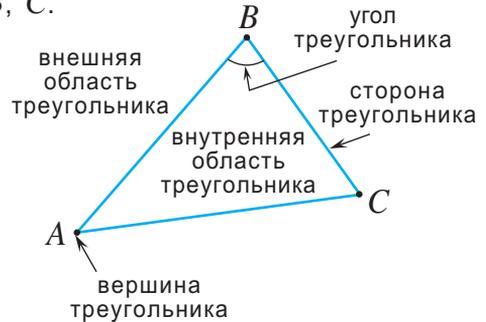
Обозначаем: $\triangle ABC$.

Точки A, B, C называются *вершинами* треугольника, а отрезки AB, AC и BC – *сторонами* треугольника.

Углы A, B, C называются *углами* треугольника.

Часть плоскости, ограниченная треугольником ABC , называется *внутренней областью* треугольника ABC , а оставшаяся часть – *внешней областью* треугольника.

Периметр треугольника равен сумме длин всех его сторон.



Математическое ателье (дополнительный материал)

а) Постройте с помощью линейки с делениями и циркуля треугольник со сторонами 3 см, 3 см и 4 см.

б) Найдите периметр треугольника.

Решение:

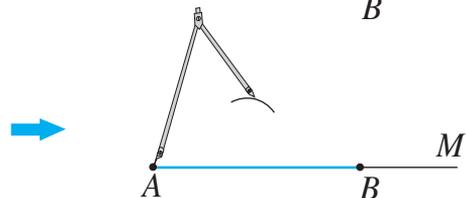
а) ① Строим $[AM]$.



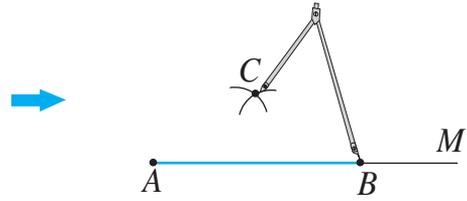
② Откладываем циркулем отрезок $[AB]$, равный 4 см.



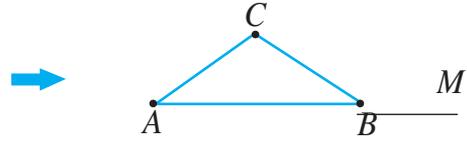
③ Фиксируем ножку циркуля в точке A и строим дугу радиуса 3 см.



④ Фиксируем ножку циркуля в точке B и строим дугу радиуса 3 см. Получаем точку C .



⑤ Соединяем точки A, B, C и получаем треугольник ABC со сторонами $AB = 4$ см, $AC = BC = 3$ см.



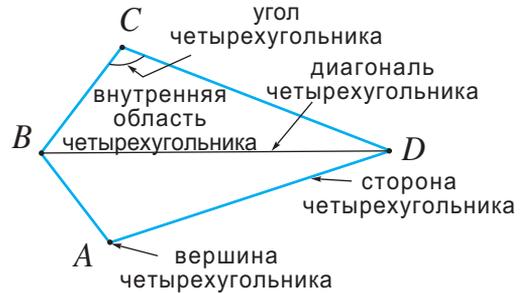
б) Периметр треугольника ABC равен 4 см + 3 см + 3 см = 10 см.

Исследуем и узнаем

• На рисунке изображен **четырёхугольник**, обозначенный $ABCD$.

У четырёхугольника:

- 4 стороны;
- 4 вершины;
- 4 угла;
- 4 пары смежных сторон;
- 2 диагонали;
- 2 пары противоположных сторон.

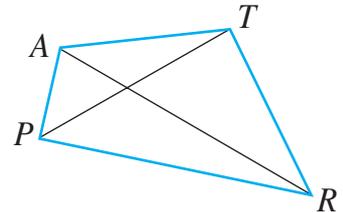


Каждые три вершины четырёхугольника неколлинеарны.

Периметр четырёхугольника равен сумме длин всех его сторон.



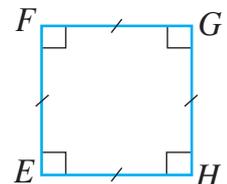
Назовите элементы четырёхугольника $PATR$.



• **Прямоугольник** – это четырёхугольник с прямыми углами. На рисунке слева – прямоугольник $ABCD$. Углы $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ – прямые.

Противоположные стороны прямоугольника параллельны и конгруэнтны.

• **Квадрат** – это четырёхугольник с конгруэнтными сторонами и прямыми углами. На рисунке справа – квадрат $EFGH$. Стороны EF, FG, GH и EH – конгруэнтны, а углы $\angle E, \angle F, \angle G, \angle H$ – прямые.

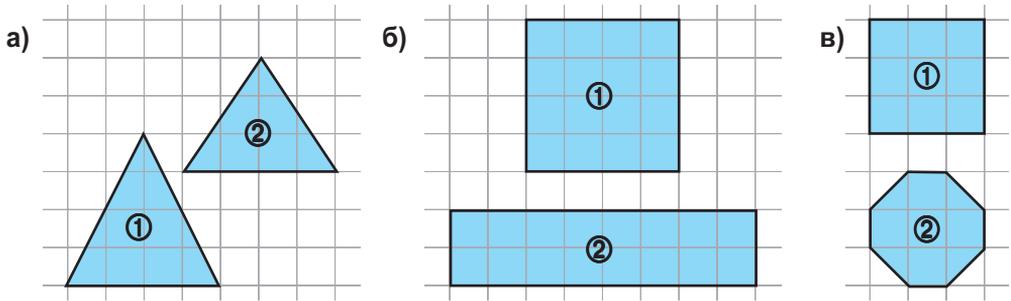


У **пятиугольника** 5 сторон.

У **шестиугольника** 6 сторон.

2. Площадь фигуры

• Рассмотрите рисунки и определите, какая из фигур занимает большую площадь:



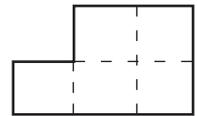
Решение:

В случае рисунков а) и в) – интуитивно или накладывая одну фигуру на другую – делаем вывод, что фигура ① занимает площадь, большую, чем площадь фигуры ②. Чтобы сравнить площади фигур рисунка б), необходимо выполнить измерения.

Стандартной единицей измерения площади является **квадратный метр**.
 Площадь квадрата со стороной 1 м равна **квадратному метру**.
 Обозначаем: 1 м^2 .
 Аналогично площадь квадрата со стороной 1 см равна **квадратному сантиметру**.
 Обозначаем: 1 см^2 .

Площадь фигуры, изображенной справа, равна 5 см^2 , так как она состоит из 5 квадратов со стороной 1 см.

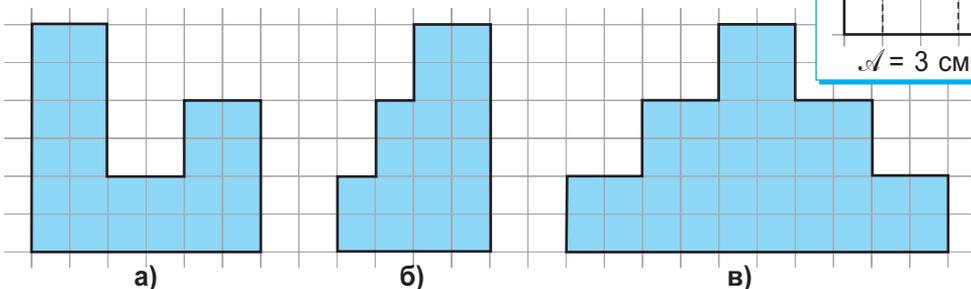
Обозначаем: $S = 5 \text{ см}^2$.



Площадь каждой из фигур рисунка б) предыдущей задачи равна 4 см^2 , так как они вмещают 4 квадрата со стороной 1 см. Значит, они занимают одну и ту же площадь.

Применяем и объясняем

• Рассмотрите рисунки и вычислите площадь каждой фигуры (сторона квадратов клеточной сетки равна $0,5 \text{ см}$):

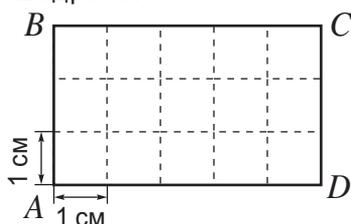


Образец:

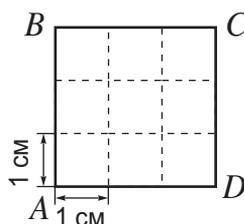
$S = 3 \text{ см}^2$



Рассмотрите рисунки, затем вычислите площадь прямоугольника и квадрата:



$$S = 3 \times 5 = 15 \text{ см}^2$$



$$S = \square \times \square = \square \text{ (см}^2\text{)}.$$



Площадь прямоугольника равна произведению его длины и ширины:

$$S_{\square} = l \cdot L$$

Площадь квадрата равна квадрату длины его стороны:

$$S_{\square} = l^2$$

Задания для понимания

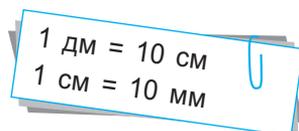
- Вычислите площадь прямоугольника со сторонами:
 - 4 см и 8 см;
 - 3,2 см и 5 см;
 - $2\frac{1}{4}$ см и 6,4 см.
- Вычислите площадь квадрата со стороной:
 - 5 см;
 - 4,7 см;
 - $3\frac{1}{2}$ см.

Упражнения и задачи

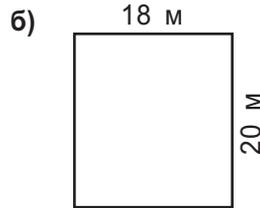
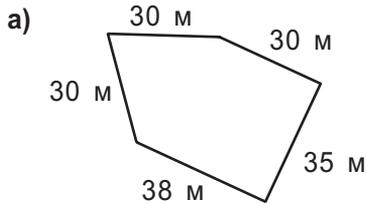


- Постройте треугольник и обозначьте его. Назовите:
 - стороны треугольника;
 - углы треугольника;
 - вершины треугольника.
- Выполните рисунок, соответствующий каждой описанной ситуации.
 - Точка M принадлежит внутренней области треугольника ABC .
 - У треугольников ABC и MNC стороны AB и MN параллельны.
 - У треугольников PQS и QRS стороны PQ и RS конгруэнтны, $PQ \parallel RS$.
 - Точка M принадлежит стороне AB , а точка N – стороне AC треугольника ABC .
- Вычислите периметр треугольника со сторонами:

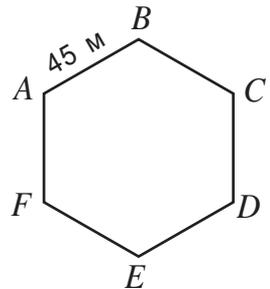
а) 7 дм 8 см 9 мм,	б) 11 дм 9 см 4 мм,
6 дм 9 см 7 мм,	5 дм 6 см 7 мм,
5 дм 5 см 5 мм;	6 дм 8 см 9 мм.



4. Найдите периметр фигуры.



5. Беговая дорожка имеет форму шестиугольника с конгруэнтными сторонами. Известно, что спортсмен отправляется из точки A и движется по часовой стрелке. Рассмотрите рисунок и определите, в какой точке он будет находиться, преодолев дистанцию:



а) 360 м; б) 810 м; в) 1440 м.

6. Найдите длину стороны квадрата, если его периметр равен:

а) 20 см; б) 12 дм; в) 5 см 6 мм;
г) 3 дм; д) 6 дм 8 см.

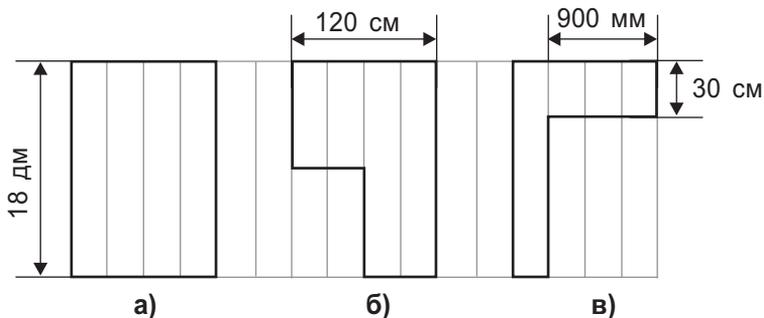
7. Периметр прямоугольника равен 6564 см, а одно из его измерений составляет 1238 см. Найдите второе измерение.

8. Вычислите площадь прямоугольника со сторонами:

а) 7 см и 18 см; б) 9,2 см и $3\frac{1}{2}$ см; в) 2,45 см и 8,8 см.



9. *Конкурс.* Периметр какой фигуры больше?



10. С помощью линейки с делениями и циркуля постройте треугольник со сторонами: а) 4 см, 4 см и 5 см; б) конгруэнтными и периметром 12 см; в) 4 см, 5 см и 6 см.

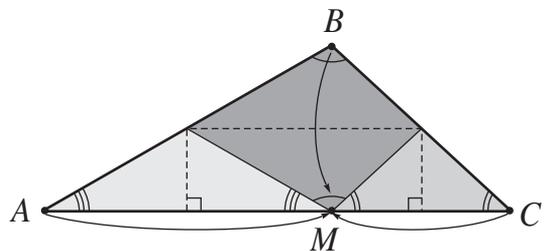
11. Длины сторон треугольника являются последовательными натуральными числами. Найдите длину каждой стороны, если периметр треугольника равен 21 см.
12. Попробуйте построить треугольник со сторонами:
 а) 3 см, 4 см, 7 см; б) 2 см, 2 см, 5 см; в) 4 см, 1 см, 6 см.
 Сделайте вывод и используйте его при решении задач 13–15.
13. Длины двух сторон треугольника равны 5 см и 6 см. Длина третьей стороны равна целому числу сантиметров. Чему может быть равна длина этой стороны?
14. Самая большая сторона треугольника равна 8 см. Длины двух других сторон равны целому числу сантиметров. Чему могут быть равны длины этих сторон?
15. *Истинно или Ложно?*
- а) Существует треугольник со сторонами 2 см, 4 см, 5 см.
- б) Существует треугольник со сторонами $\frac{3}{5}$ м, $\frac{2}{9}$ м, $\frac{4}{7}$ м.
- в) Существует треугольник, длины двух сторон которого составляют соответственно $\frac{3}{10}$ и $\frac{3}{5}$ от длины его третьей стороны.
- г) Существует треугольник, длины двух сторон которого составляют соответственно $\frac{2}{5}$ и $1\frac{3}{5}$ от длины его третьей стороны.
16. Сколько диагоналей можно провести:
 а) в четырехугольнике; б) в пятиугольнике; в) в шестиугольнике?
17. Найдите длину стороны квадрата, площадь которого равна:
 а) 49 см^2 ; б) $6,25 \text{ см}^2$; в) $9,61 \text{ см}^2$.
18. а) Найдите периметр четырехугольника, если суммы длин каждой комбинации 3 сторон равны 41 см, 39 см, 37 см, 33 см.
 б) Найдите длины сторон четырехугольника.
19. Разность между длиной и шириной прямоугольника составляет 58 см, а их сумма – 132 см. Найдите длину и ширину прямоугольника.
20. Найдите длину прямоугольника, если:
 а) его ширина равна 8 см, а площадь – 116 см^2 .
 б) его ширина в 2 раза меньше длины, а площадь – $112,5 \text{ см}^2$.
21. Длина стороны квадрата на 20 см меньше половины периметра квадрата. Найдите эту длину.



22. Если уменьшить на 7 см длину прямоугольника, то получим квадрат, периметр которого равен 56 см. Чему равен периметр прямоугольника?
23. Если увеличить на 11 см ширину прямоугольника, то получим квадрат, периметр которого равен 112 см. Чему равен периметр прямоугольника?
24. Длина прямоугольника равна 50 см, а его периметр – 160 см. На сколько надо увеличить ширину прямоугольника, чтобы получить прямоугольник, периметр которого равен 174 см?
25. Длина прямоугольника в 4 раза больше его ширины, а его периметр равен 210 см. Найдите стороны прямоугольника.
26. Периметр прямоугольного участка земли равен 240 см, длина равна удвоенной ширине. Вне участка, на одинаковом расстоянии от его сторон, посадили деревья, расстояние между которыми составляет 5 м. Сколько деревьев посажено?
27. Найдите длины сторон прямоугольника, если:
- а) длина одной стороны составляет $\frac{2}{3}$ от длины другой стороны, а периметр прямоугольника равен 30 см;
- б) длина одной стороны составляет $\frac{2}{5}$ от длины другой стороны, а периметр прямоугольника равен 14 см.

28. Периметр треугольника равен 99 см. Одна сторона на 9 см длиннее другой и в 2 раза длиннее третьей. Найдите длины сторон треугольника.
29. Периметр треугольника равен 60 см. Одна сторона на 8 см длиннее другой, а длина третьей составляет половину суммы длин двух других сторон. Найдите длины сторон треугольника.
30. Периметр треугольника равен 58 см. Найдите длины сторон треугольника, если длины меньших сторон составляют соответственно $\frac{3}{4}$ и $\frac{2}{3}$ от длин больших сторон.
31. Периметр треугольника равен 61 см. Длины двух сторон составляют соответственно $\frac{4}{5}$ и $1\frac{1}{4}$ от длин третьей стороны. Найдите длины сторон треугольника.

32. Рассмотрите рисунок. Сделайте из бумаги треугольник. Сгибая этот треугольник, покажите, что сумма углов треугольника равна величине развернутого угла.



§ 5 Окружность

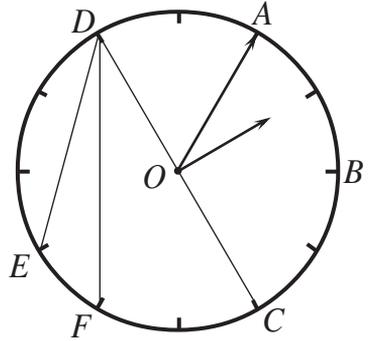
Исследуем и узнаем

• Рассмотрите траекторию, описанную минутной стрелкой часов.

а) Как называется полученная геометрическая фигура?

б) Сравните длины отрезков AO , BO , CO , OD .

в) Чем похожи и чем отличаются отрезки: DC и DE , DC и DF ?



Возьмите на заметку

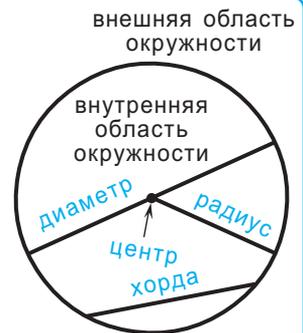
• **Окружность** – это геометрическая фигура, которая состоит из множества всех точек плоскости, равноудаленных от заданной точки, называемой **центром** окружности.

• Отрезок, соединяющий центр окружности с какой-либо точкой этой окружности, называется **радиусом**.

• Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется **хордой**.

• Отрезок, соединяющий две точки окружности и проходящий через центр окружности, называется **диаметром**.

• Часть плоскости, ограниченная окружностью, называется **кругом**.



• Зафиксировав ножку циркуля в некоторой точке, сделайте один оборот и постройте окружность.

Чему равен радиус окружности?

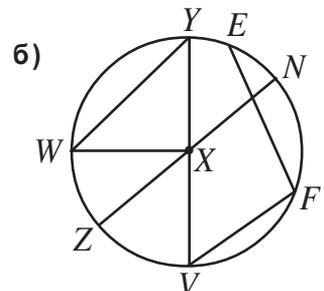
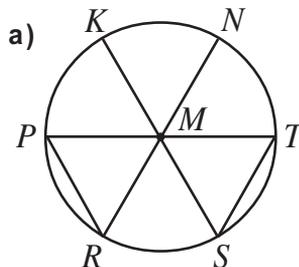


Упражнения и задачи

1. Постройте окружность, радиус которой равен длине отрезка, изображенного на рисунке:



2. Рассмотрите окружность и запишите: центр, радиусы, диаметры, хорды окружности.



3. Постройте окружность, радиус которой равен: а) 4 см; б) 6 см.
4. Постройте окружность, диаметр которой равен: а) 10 см; б) 9 см.
5. Выполните рисунок, соответствующий описанной ситуации:
 - а) Точки B и C принадлежат окружности с центром A .
 - б) Точки E и F принадлежат диаметру AB окружности с центром O .
 - в) PQ и QR – радиусы этой окружности.
 - г) Точка S принадлежит окружности с центром T , а точки S, T, U – коллинеарные.

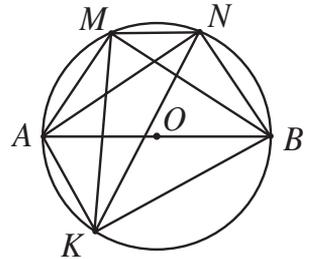


6. Истинно или Ложно?

- а) Если $[FC]$ – диаметр окружности с центром H , то точки F, H, C – коллинеарные.
- б) Если $[AB]$ – диаметр, $[AO]$ – радиус, то $AB = 2 \cdot AO$.
- в) Если $[AB]$ – диаметр и $2 \cdot AO = AB$, то $[AO]$ – радиус.



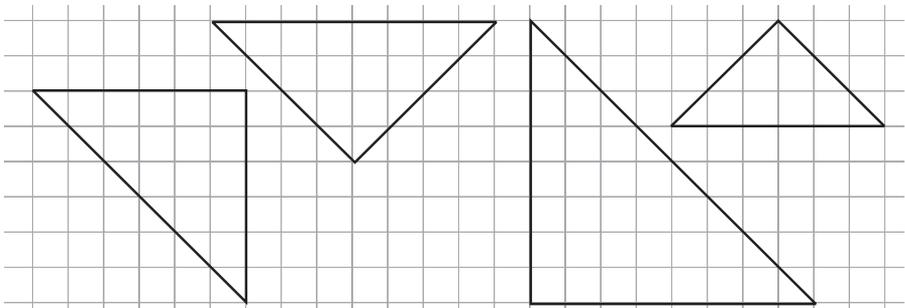
7. На рисунке $[AB]$ – диаметр, а M, N, K – точки окружности. Установите с помощью угольника, какие из углов с вершинами в точках A, B, M, N, K – прямые. Сделайте вывод.



8. Как с помощью карандаша, нитки и иголки можно построить окружность?



9. Перечертите. Приняв во внимание вывод задания 7, постройте окружность так, чтобы вершины изображенных треугольников принадлежали окружности.



10. Какое максимальное количество точек образуется при пересечении:
 - а) 2-х различных окружностей;
 - б) 3-х различных окружностей;
 - в) 4-х различных окружностей?
11. Какое максимальное количество точек образуется при пересечении 50-ти различных окружностей?
12. Отметьте: а) 5 точек, где каждые три – неколлинеарные; б) 20 точек, где каждые три – неколлинеарные.

§ 6

Геометрические тела

1. Кубоид, куб, пирамида

Что знаем? Что узнаем?

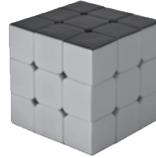
• Рассмотрите рисунки. Форму каких изученных геометрических тел имеют данные предметы?



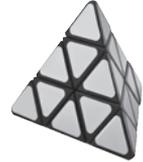
①



②

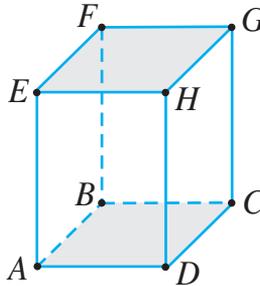
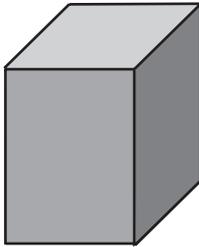


③



④

✓ **Кубоид (прямоугольный параллелепипед)** имеет 8 вершин;  ребер; 6 прямоугольных граней, 2 из которых – основания и  – боковые грани.



 – вершины

 – рёбра

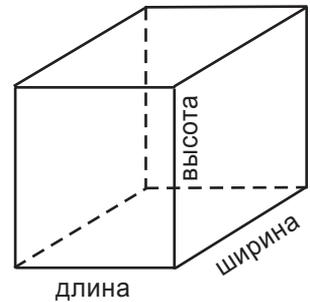
 – основания

$$[AB] \equiv [CD] \equiv [EF] \equiv \text{■},$$

$$[AE] \equiv \text{■} \equiv \text{■} \equiv \text{■},$$

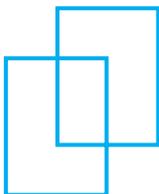
$$[AD] \equiv \text{■} \equiv \text{■} \equiv \text{■}.$$

Из каждой вершины кубоида исходят 3 ребра. Длины этих ребер называются **измерениями** кубоида, а точнее – **длиной, шириной и высотой** кубоида.

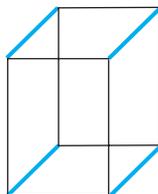


• Как правильно построить кубоид?

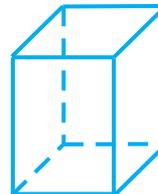
- ① Строим прямоугольник, затем чуть выше и правее строим другой прямоугольник, конгруэнтный первому (см. рисунок).
- ② Соединяем соответствующие вершины этих двух прямоугольников.
- ③ С помощью ластика „разорвем“ невидимые в пространстве ребра.



①

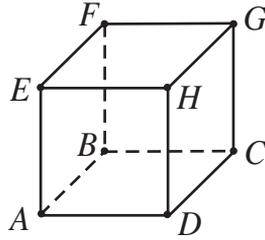
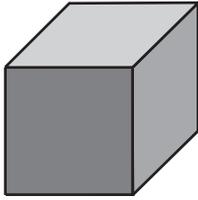


②



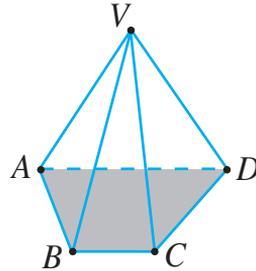
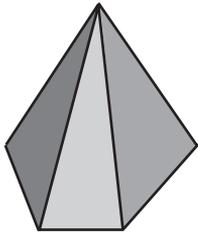
③

✓ **Куб** – это кубоид, у которого все ребра конгруэнтны.



$$[AB] \equiv [BC] \equiv \blacksquare \equiv \blacksquare$$

✓ Одна из граней **пирамиды** может не иметь формы треугольника. Эта грань называется **основанием** пирамиды.



- рёбра
- основание
- V – вершина

В основании **треугольной пирамиды** лежит треугольник.

В основании **четырёхугольной пирамиды** – четырёхугольник.

2. Цилиндр, конус, сфера

Что знаем? Что узнаем?

• Рассмотрите рисунки. Форму каких изученных геометрических тел имеют данные предметы?



①



②

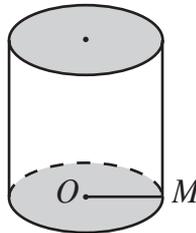
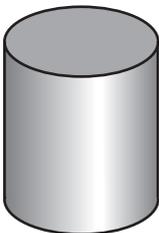


③



④

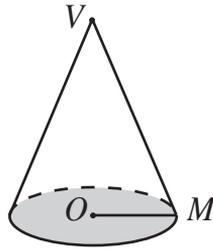
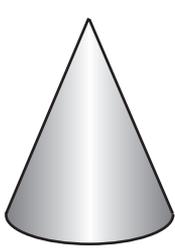
✓ **Цилиндр** имеет два параллельных одинаковых круга, называемых основаниями цилиндра.



$[OM]$ – радиус основания
(O – центр основания)

– основания

✓ **Конус** образован кругом, который называется **основанием**, точкой (называемой **вершиной**) не принадлежащей плоскости круга, и всеми отрезками, соединяющими точки основания с вершиной.

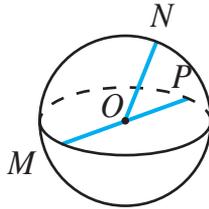
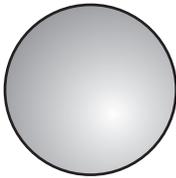


$[OM]$ – радиус основания
(точка O – центр основания)

 – основание

V – вершина

✓ **Сфера** образована всеми точками пространства равноудаленными от точки, которая называется **центром**.



$[OM], [ON], [OP]$ – радиусы

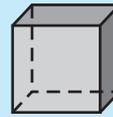
O – центр

3. Объем тела

• Сосуд ①, изображенный на рисунке справа, был наполнен доверху жидкостью. Частью этой жидкости был наполнен доверху сосуд ②. Говорят, что объем сосуда ① больше объема сосуда ②.

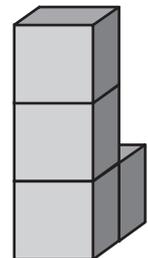


Стандартной единицей измерения объема является **кубический метр**. Объем куба с ребром 1 м равен **кубическому метру**. Обозначаем: 1 м^3 . Аналогично объем куба с ребром 1 см равен **кубическому сантиметру**. Обозначаем: 1 см^3 .



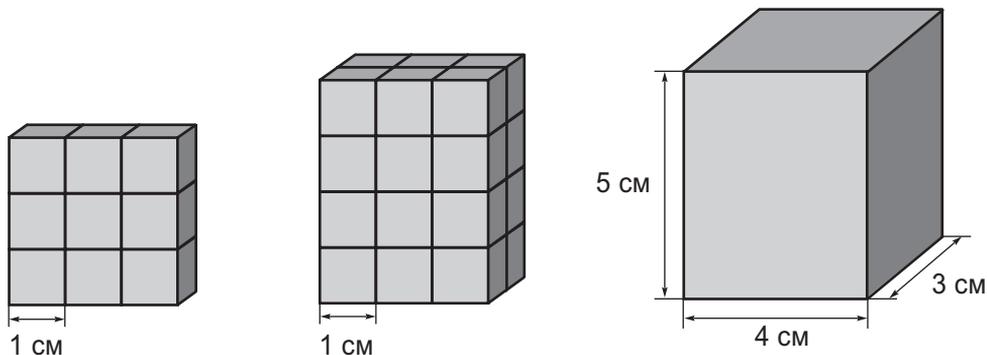
Объем обозначается латинской буквой V .

Объем тела, изображенного на рисунке справа, равен 4 см^3 , так как оно состоит из 4 кубов с ребром 1 см.



Применяем и объясняем

- Рассмотрите рисунки и вычислите объем каждого кубоида.



Объем кубоида равен произведению трех его измерений.

Объем куба равен кубу длины его ребра.

$$V = L \cdot l \cdot h$$

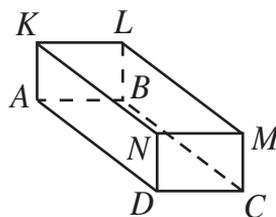
- Вычислите объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями 7 см; 6,4 см; 5 см.

Упражнения и задачи



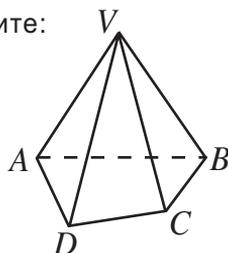
1. Рассмотрите рисунок и назовите:

- все ребра кубоида;
- все вершины кубоида;
- все грани кубоида.



2. Рассмотрите рисунок и назовите:

- основание пирамиды;
- все ребра пирамиды;
- все вершины пирамиды;
- все грани пирамиды.



3. Постройте пирамиду:

- треугольную;
- четырёхугольную;
- пятиугольную.

4. Перепишите и правильно впишите одно из понятий *куб*, *кубоид*, *треугольная пирамида*, *четырёхугольная пирамида*, *цилиндр*, *конус*, *сфера*.

- а) имеет 6 квадратных граней;
- б) имеет 4 треугольные грани;
- в) имеет 8 ребер и 5 вершин;
- г) имеет только одну вершину;
- д) не имеет вершин;
- е) имеет основания – не многоугольники;
- ж) не имеет ни одного основания.

5. Найдите сумму длин всех ребер кубоида с измерениями:

- а) 3 см, 4 см, 5 см;
- б) 4 см, $2\frac{1}{3}$ см, $6\frac{2}{3}$ см.

6. Вычислите площадь всех граней куба, ребро которого равно:

- а) 4 см; б) 1,4 см.

7. Вычислите площадь всех граней кубоида, измерения которого равны:

- а) 4 см; 6,5 см; 8 см;
- б) 5 см; 7,2 см; 10 см.

8. *Истинно или Ложно?*

- а) Любой куб является кубоидом.
- б) Любой кубоид является кубом.
- в) Две грани кубоида могут иметь только одно общее ребро.
- г) Три грани кубоида могут иметь только одно общее ребро.



9. Длина кабинета математики 10 м, ширина 5 м и высота 2,85 м. Каков объем воздуха в кабинете?



10. Найдите длину ребра куба, если объем куба равен:

- а) 64 см^3 ; б) 343 см^3 ; в) 729 см^3 .

11. Сколько вершин, ребер и граней:

- а) у треугольной пирамиды; б) у четырехугольной пирамиды.

12. Найдите длину ребра куба, если:

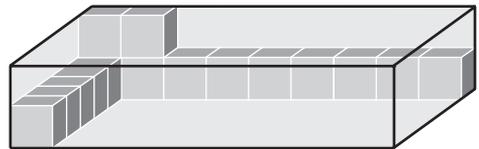
- а) площадь одной грани равна 64 см^2 ;
- б) объем куба равен 125 см^3 .

13. Найдите сумму длин ребер треугольной пирамиды, зная, что периметр одной грани равен 16 см и все ребра пирамиды конгруэнтны.

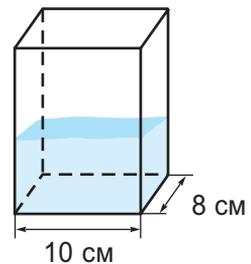
14. Периметр одной из граней куба равен 2 м. Найдите:
 а) длину ребра куба;
 б) площадь всех граней куба.
15. Найдите высоту кубоида, площадь основания которого равна 18 м^2 , а объем – 108 м^3 .

16. Длина кубоида – 10 см, ширина на 3 см меньше длины, а высота в 3 раза больше ширины. Найдите объем кубоида.
17. Сколько кубов с ребром 2 см необходимо для того, чтобы построить куб с ребром:
 а) 4 см; б) 8 см; в) 10 см?

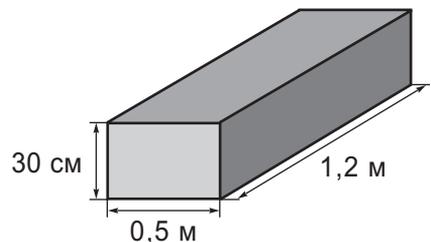
18. Сколько кубиков поместится в коробку, изображенную на рисунке справа?



19. Сосуд, изображенный справа, имеет форму кубоида и наполнен водой. В этот сосуд опустили шарик. Чему равен объем шарика, если вода полностью его покрывает, а уровень воды в сосуде поднялся на 5 см?



20. Сколько краски необходимо для покраски кубоида, изображенного справа, если для поверхности площадью 100 см^2 нужно 3 г краски?



21. Обозначим через a , b , h длину, ширину и соответственно высоту кубоида. Что означают выражения:
 а) ab ; б) ah ; в) abh ; г) $2(ab + ah + bh)$?
22. Площади трех граней кубоида равны 28 м^2 , 32 м^2 , 56 м^2 . Найдите длины ребер основания, если высота кубоида 8 см.

Задания для осмысления

1. Какая геометрическая фигура является самой простой?
2. Какие точки называются коллинеарными?
3. Что такое полупрямая? Какие полупрямые называются противоположными полупрямыми?
4. Для чего нужна линейка с делениями? Угольник? Циркуль?
5. Как можно определить вид угла (острый, прямой, тупой)?
6. Назовите элементы угла.
7. Какие прямые называются пересекающимися? Параллельными? Перпендикулярными?
8. Объясните, как можно построить параллельные прямые с помощью линейки и угольника. А с помощью тетрадного листа в клетку?
9. Что такое треугольник? Назовите его элементы.
10. Что такое четырехугольник? Назовите его элементы.
11. Сколько сторон у пятиугольника? У шестиугольника?
12. Как называется четырехугольник, у которого все углы прямые? А четырехугольник, у которого все углы прямые и все стороны конгруэнтны?
13. Чему равен периметр четырехугольника?
14. Что значит найти площадь фигуры?
15. Что такое окружность и как ее можно построить?
16. Назовите элементы окружности.
17. Чем отличается окружность от круга?
18. Как вычислить объем кубоида? А объем куба?

Упражнения и задачи для повторения

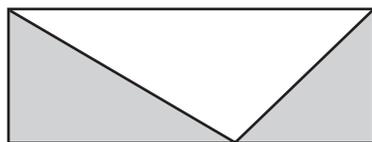


- Выполните рисунок, соответствующий описанной ситуации.
 - Точка A принадлежит прямой a и не принадлежит прямой b , которая пересекает прямую a в точке B .
 - Периметр четырехугольника $ABCD$ равен 12 см.
 - Углы треугольника ABC – острые, а его вершины принадлежат одной и той же окружности.
- Постройте прямоугольник, длина которого в полтора раза больше его ширины, равной 6 см. Найдите площадь построенного прямоугольника.
- С помощью пластилина и палочек можно смоделировать геометрические тела. Сколько палочек понадобится для моделирования:
 - куба;
 - кубоида;
 - треугольной пирамиды;
 - четырёхугольной пирамиды?
- Сколько маленьких кубиков с ребром 1 см понадобится для построения большого куба с ребром:
 - 3 см;
 - 6 см?
- Найдите длину стороны квадрата, если его площадь:
 - 361 см²;
 - 5,76 см²;
 - 9,61 см².

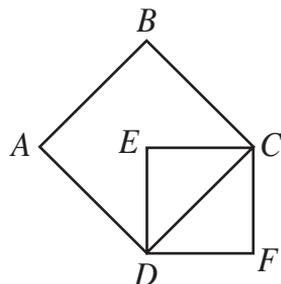


- Для покраски поверхности площадью 10 м² необходимо 2 кг краски. Сколько краски понадобится для того, чтобы покрасить стену длиной 16 м и высотой 2,75 м?

- Рассмотрите рисунок. Найдите площадь прямоугольника, если площадь закрашенных частей равна 12,8 см².



- Рассмотрите рисунок. Найдите площадь квадрата $ABCD$, если длина стороны квадрата $DECF$ равна 8 см.

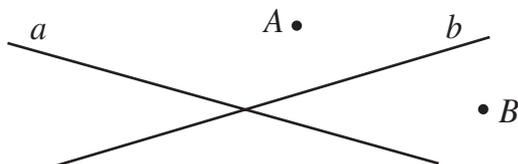


- Измерения прямоугольника, выраженные в сантиметрах, представлены натуральными числами. Найдите эти измерения, если площадь прямоугольника 24 см². Сколько решений имеет задача?

10. Миша нарисовал план квартиры. Рассмотрите рисунок и найдите площадь всей квартиры.



11. Перечертите рисунок. Отметьте точку C на прямой a , точку D на прямой b так, чтобы точки A, B, C, D были коллинеарны.



12. Периметр треугольника – 102 см. Одна сторона на 8 см короче другой и ее длина на 2 см больше удвоенной длины третьей стороны. Найдите длины сторон треугольника.
13. Периметр четырехугольника – 104 см. Длина первой стороны на 12 см больше длины третьей стороны, которая на 10 см больше длины второй стороны. Длина четвертой стороны на 10 см больше длины первой стороны. Найдите длины сторон четырехугольника.
14. Периметр четырехугольника – 181 см. Если длину первой стороны уменьшить в 4 раза, длину второй уменьшить на 29 см, а длину третьей поделить пополам, то длины этих сторон будут равны длине четвертой стороны. Найдите длины сторон четырехугольника.
15. Периметр четырехугольника – 637 см. Если длину одной стороны уменьшить на $\frac{1}{13}$, длину второй – на $\frac{3}{13}$, длину третьей – на $\frac{3}{13}$, а длину четвертой – на $\frac{5}{13}$, то длины всех сторон будут равны. Найдите длины сторон четырехугольника.

16. Периметр прямоугольника – 208 см. Если поделить длину прямоугольника на его ширину, то получим частное 3 и остаток 16. Чему равны длина и ширина прямоугольника?
17. Фермер измерил свой земельный участок прямоугольной формой и получил 96 шагов в длину и 84 шага в ширину. Чему равен периметр участка, если:
- 6 шагов соответствуют 4 м;
 - 8 шагов соответствуют 6 м?
18. Периметр прямоугольника – 184 см. Найдите измерения прямоугольника, зная, что если увеличим на 2 см половину его ширины, то получим четверть длины.



19. Из 12 спичек постройте 6 квадратов.



Задачи для чемпионов

20. Пусть x , y и z – длины сторон треугольника.

Найдите эти длины, если:

$$2x + y + z = 71 \text{ см,}$$

$$x + 2y + z = 72 \text{ см,}$$

$$x + y + 2z = 73 \text{ см.}$$

21. Длины сторон треугольника представлены последовательными натуральными числами. Найдите эти длины, если периметр треугольника на 1 м больше длины одной из сторон.
22. Сумма длин двух конгруэнтных сторон треугольника составляет $\frac{7}{10}$ от периметра треугольника и на 48 см больше длины третьей стороны. Найдите длины сторон треугольника.

Итоговый тест

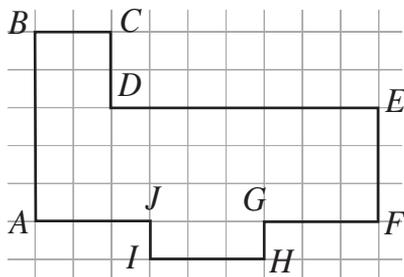
Время выполнения
работы: 45 минут

I вариант

1. Выполните рисунок, соответствующий описанной ситуации. Точки A, B принадлежат острому углу UNG , а отрезки $[AN]$ и $[BN]$ конгруэнтны.

2. Постройте:
а) прямоугольник со сторонами 3 см и 5 см;
б) окружность диаметром 10 см.

3. Рассмотрите рисунок.



а) Найдите периметр фигуры $ABCDEFGHIJ$.

б) Найдите площадь фигуры $ABCDEFGHIJ$.

4. Стороны прямоугольника $ABCD$ равны 9,4 см и $5\frac{1}{2}$ см.

а) Найдите площадь прямоугольника.

б) На сколько надо увеличить его длину, чтобы получить прямоугольник площадью в 3 раза больше?

с) Найдите общую площадь и объем кубоида с одним из оснований $ABCD$ и высотой 10 см.

4

3

3

5

5

5

5

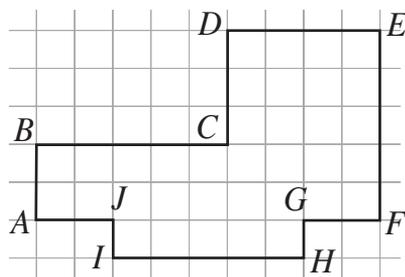
6

II вариант

1. Выполните рисунок, соответствующий описанной ситуации. Прямые AB и CD параллельны, прямые AB и BD пересекаются, угол ABD – острый.

2. Постройте:
а) прямоугольник со сторонами 4 см и 6 см;
б) окружность радиуса 4 см.

3. Рассмотрите рисунок.



а) Найдите периметр фигуры $ABCDEFGHIJ$.

б) Найдите площадь фигуры $ABCDEFGHIJ$.

4. Стороны прямоугольника $MNKP$ равны 6,4 см и $10\frac{1}{2}$ см.

а) Найдите площадь прямоугольника.

б) На сколько надо уменьшить его ширину, чтобы получить прямоугольник площадью в 4 раза меньше?

с) Найдите общую площадь и объем кубоида с одним из оснований $MNKP$ и высотой 20 см.

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	36–35	34–31	30–27	26–21	20–16	15–12	11–8	7–5	4–3	2–0

7

Единицы измерения

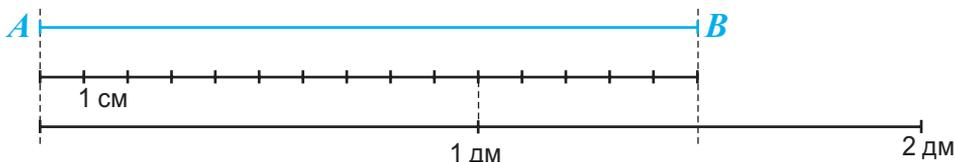
§ 1 Единицы измерения длины

Что знаем? Что узнаем?

• Измерение длины, ширины, высоты, расстояния предполагает измерение длины отрезка. **Измерить длину отрезка** – означает узнать, сколько раз он содержит другой отрезок, принятый за единицу измерения. Полученное в результате число составляет **длину отрезка** в соответствующих единицах измерения.



В зависимости от принятой единицы измерения, длина отрезка может быть выражена натуральным числом, десятичной или обыкновенной дробью.



Длина отрезка AB составляет:

$$15 \cdot 1 \text{ см} = 15 \text{ см (единица измерения – 1 см);}$$

$$1,5 \cdot 1 \text{ дм} = 1,5 \text{ дм (единица измерения – 1 дм).}$$

• В настоящее время в большинстве государств мира за основную стандартную единицу измерения длины принят **метр**. Используют и другие стандартные единицы, названия которых образуются с помощью приставок:

милли –
в 1 000 раз
меньше

санти –
в 100 раз
меньше

деци –
в 10 раз
меньше

кило –
в 1 000 раз
больше

Миллиметр

$$1 \text{ мм} = 0,001 \text{ м}$$

Сантиметр

$$1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$$

Дециметр

$$1 \text{ дм} = 0,1 \text{ м}$$

Метр

$$1 \text{ м}$$

Километр

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$$

• Для удобства измерения длин люди изобрели различные *инструменты измерения*.

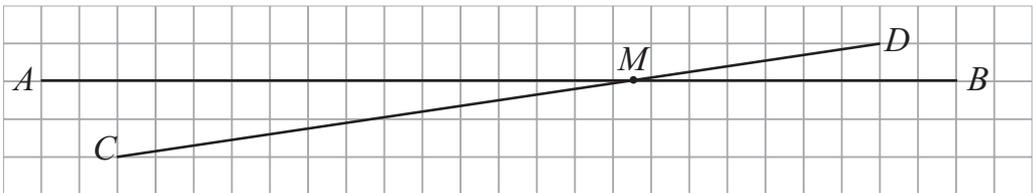


Сколь бы усовершенствованным ни был инструмент, он все же измеряет с определенной погрешностью. Поэтому любое измерение предполагает приближение, которое может быть выполнено округлением до какого-либо разряда (по недостатку или с избытком).

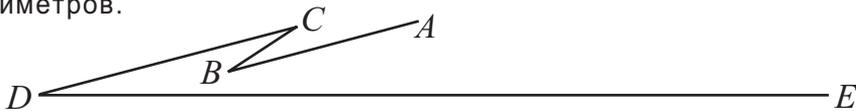
Упражнения и задачи



1. Измерьте линейкой каждый отрезок, взяв за единицу измерения: сантиметр, миллиметр, дециметр.



- а) Сравните: $AM + MB$ и AB ; $CM + MD$ и CD . Что вы подметили?
 б) Выполните рисунок в тетрадах.
 Постройте точку N так, чтобы: $N \in [AB]$; $AB = 3 \cdot AN$. Найдите длины отрезков AN и NB .
 Постройте точку O так, чтобы: $O \in [CD]$; $OC = 0,5 \cdot CD$. Найдите длины отрезков OC , OM и OD .
2. а) Измерьте отрезки AB , BC , CD и DE , выполнив приближение до сантиметров.



- б) Подберите подходящие единицы измерения и вычислите приблизительную длину ломаной $ABCDE$.
3. Дополните изученными единицами измерения длины. Найдите все возможные варианты.

а) $1 \star = 10 \star$
 $1 \star = 0,1 \star$

б) $1 \star = 100 \star$
 $1 \star = 0,01 \star$

в) $1 \star = 1000 \star$
 $1 \star = 0,001 \star$

4. Дополните отсутствующими числами.

а) 1 км = м = дм = см = мм
 км = 1 м = дм = см = мм

б) 1 мм = см = дм = м
 мм = 1 см = дм = м
 мм = см = 1 дм = м
 мм = см = дм = 1 м

5. Выразите в метрах и расположите в порядке возрастания высоты известных горных массивов:

- Кибо (Танзания) – 5,895 км;
- Эверест (Непал и Китай) – 8,85 км;
- Эльбрус (Россия) – 5,642 км;
- Монблан (Франция) – 4,808 км.

Образец:

$$2,345 \text{ км} = 2,345 \cdot \underbrace{1\,000}_{\text{м}} = 2\,345 \text{ м.}$$

6. Прочитайте названия некоторых крупнейших рек на Земле, расположенные в порядке убывания длин:

Нил (Африка); Амазонка (Южная Америка); Миссисипи (Северная Америка); Енисей (Азия); Волга (Европа); Дунай (Европа).

Выразите в километрах и определите длину каждой из этих рек:

- 6 019 000 м; 4 102 000 м; 6 695 000 м;
 6 516 000 м; 2 860 000 м; 3 690 000 м.

Образец:

$$2\,345 \text{ м} = 2\,345 \cdot \underbrace{0,001}_{\text{км}} = 2,345 \text{ км}$$

7. Дополните таблицу соответствующими единицами измерения.

Возраст	Средний рост	
	девочки	мальчики
при рождении	5 ★	52 ★
6 лет	110 ★	11,5 ★
12 лет	1,35 ★	1 400 ★
14 лет	1 620 ★	16,3 ★

- а) На сколько сантиметров в среднем вырастают мальчики до 14 лет?
 б) На сколько сантиметров в среднем девочки ниже мальчиков в 12-летнем возрасте?



Задайте одноклассникам другие вопросы по таблице.

8. Преобразуйте:

а) в метры:

15 000 см; 380 см; 24 см; 240 дм; 98 дм; 7,3 дм; 5 000 мм; 2 070 мм;
810 мм; 30,2 км; 0,15 км;

б) в дециметры:

354 800 мм; 5 860 мм; 52 см; 4 200 см; 265 см; 4,4 см; 84 м; 10,5 м;
0,475 м;

в) в сантиметры:

40 200 мм; 2 530 мм; 64 мм; 120 дм; 47,5 дм; 3,9 дм; 18,75 м; 201 м; 0,75 м;

г) в миллиметры:

26 м; 3,2 м; 0,15 м; 350 дм; 4,8 дм; 0,05 дм; 3 200 см; 15,5 см; 1,2 см.

9. Телефонный провод между двумя населенными пунктами проложен по прямой линии и закреплен на столбах, расставленных через каждые 50 м. Сколько столбов, если длина провода 10 км?

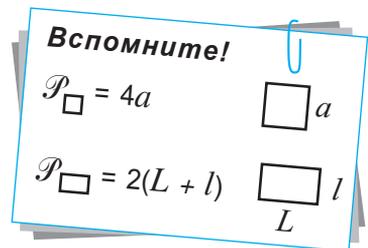
10. Вычислите в метрах:

а) периметр квадрата со стороной:

30 мм; 15 см; 2,5 дм; 70,4 м; 0,02 км;

б) длину стороны квадрата, периметр которого равен:

100 000 мм; 300 дм; 0,24 км.



11. Вычислите в подходящих единицах измерения:

а) периметр прямоугольника, зная его длину и ширину:

3,4 дм и 45 см; 86 мм и 0,5 см;

б) ширину прямоугольника, периметр которого 1 м, а длина 33 см;

в) длину прямоугольника, периметр которого 1 км, а ширина 100 м.

12. Длина прямоугольного участка земли составляет 60 м, а ширина – 45 м. Сколько досок шириной в 1 дм необходимо, чтобы оградить участок забором, если известно, что планируемая ширина ворот – 3 м?

13. Масштаб карты 1 : 10 000 000. Это означает, что 1 см на карте соответствует в действительности 10 000 000 см.

а) Расстояние между двумя населенными пунктами на карте – 16 см. Найдите реальное расстояние между этими населенными пунктами.

б) Найдите расстояние на карте между двумя населенными пунктами, реально отдаленных друг от друга на 682 км.



Выполните измерения на какой-либо карте Республики Молдова и вычислите расстояния от населенного пункта, в котором вы проживаете, до самых крупных городов нашей страны.

§ 2 Единицы измерения площади

Что знаем? Что узнаем?

• Проведите ладонью по поверхности обложки учебника, страницы тетради, парты, ручки. Какие из этих поверхностей являются плоскими фигурами? Укажите другие плоские поверхности в окружающем вас пространстве.

Приведите примеры жизненных ситуаций, когда необходимо измерять плоские поверхности.

• **Измерение поверхности плоской фигуры**, в большинстве случаев, состоит в разбиении фигуры на квадраты со стороной в одну единицу измерения длины. Такой квадрат является квадратной единицей и называется по соответствующей единице измерения длины. Например:

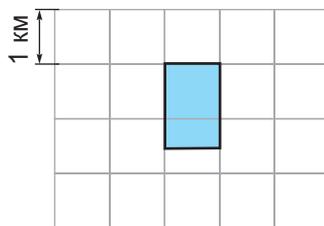
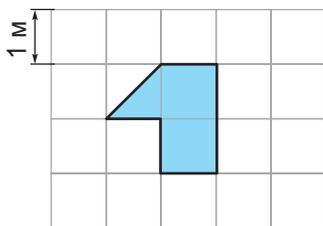
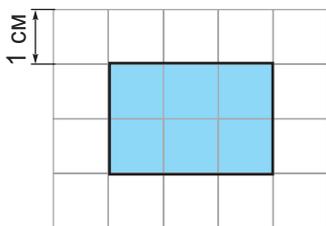
- **квадратный сантиметр** (1 см^2) – это квадрат со стороной в 1 см;
- **квадратный метр** (1 м^2) – это квадрат со стороной в 1 м.

Число квадратных единиц, содержащихся в разбиении поверхности фигуры, выражает **площадь фигуры** (\checkmark) в соответствующих единицах измерения. В зависимости от принятой единицы измерения площадь фигуры может быть выражена натуральным числом, десятичной или обыкновенной дробью.

Основной стандартной единицей измерения площади является **квадратный метр** (м^2).

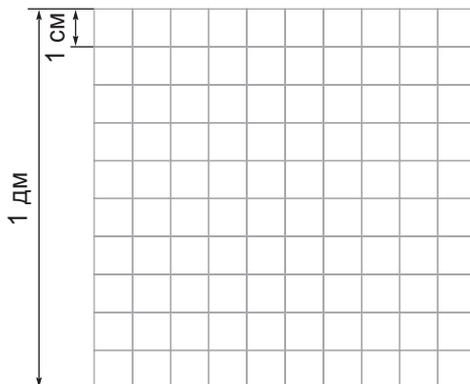


Рассмотрите схематические рисунки. Поясните, как вычислить площадь каждой из фигур в указанных единицах измерения.



Рассмотрите рисунок. Представьте себе квадрат площадью в 1 дм^2 (значит, со стороной в 1 дм) и его разбиение на квадраты площадью в 1 см^2 .

- Сколько квадратных сантиметров в каждом ряду?
- Сколько всего рядов?
- Сколько квадратных сантиметров содержится в одном квадратном дециметре?





Поступите аналогичным образом и найдите, сколько квадратных сантиметров содержится в одном квадратном метре.

Для этого представьте себе квадрат площадью в 1 м^2 (значит, со стороной в 1 м) и его разбиение на квадраты площадью в 1 см^2 .



Найдите аналогичным образом, сколько квадратных метров содержится в одном квадратном километре.

Возьмите на заметку

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$$

$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$

$$1 \text{ м}^2 = 100^2 \text{ см}^2 = 10\,000 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ дм}^2 = 10^2 \text{ см}^2 = 100 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ км} = 1\,000 \text{ м}$$

$$1 \text{ км}^2 = 1\,000^2 \text{ м}^2 = 1\,000\,000 \text{ м}^2$$



• Для измерения поверхностей земельных участков применяют земельные меры:

$$\boxed{\text{ар (ар)}} \quad 1 \text{ ар} = 100 \text{ м}^2;$$

$$\boxed{\text{гектар (га)}} \quad 1 \text{ га} = 100 \text{ ар}.$$



Поясните соотношения: $1 \text{ га} = 10\,000 \text{ м}^2 = 0,01 \text{ км}^2$;
 $1 \text{ км}^2 = 100 \text{ га} = 10\,000 \text{ ар}.$

Упражнения и задачи



- Нарисуйте в тетрадях, затем найдите в квадратных сантиметрах площадь:
 - квадрата со стороной: 1 см ; 3 см ; $0,5 \text{ см}$;
 - прямоугольника с размерами: 2 см и 1 см ; $1,5 \text{ см}$ и $0,5 \text{ см}$.

Вспомните!

$A_{\square} = a^2$

$A_{\square} = L \cdot l$

- Нарисуйте в тетрадях квадрат и прямоугольник, каждый площадью 16 см^2 . Какова длина и какова ширина полученного прямоугольника? Существует ли другой прямоугольник с такой же площадью?



Нарисуйте другие квадрат и прямоугольник с равными площадями.

3. Дополните отсутствующими числами.

а) $1 \text{ км}^2 = \square \text{ м}^2 = \square \text{ дм}^2$

в) $\square \text{ м}^2 = 1 \text{ дм}^2 = \square \text{ см}^2$

б) $\square \text{ км}^2 = 1 \text{ м}^2 = \square \text{ дм}^2$

г) $\square \text{ м}^2 = \square \text{ дм}^2 = 1 \text{ см}^2$

4. Выразите в квадратных километрах и расположите в порядке возрастания площади следующих европейских государств:

- Украина: 603 700 000 000 м²;
- Румыния: 238 391 000 000 м²;
- Республика Молдова: 33 843 000 000 м²;
- Монако: 195 000 000 дм²;
- Ватикан: 44 000 000 дм²;
- Бельгия: 30 510 000 000 м².

5. Выразите в гектарах и расположите в порядке убывания площади следующих научных заповедников в Республике Молдова:

- Кодры – 517 700 ар;
- Плаюл Фагулуй – 564 200 ар;
- Ягорлык – 8 360 000 м²;
- Прутул де Жос – 16 910 000 м²;
- Пэдурия Домняскэ – 60,39 км².



6. Преобразуйте:

а) в квадратные метры: 50 000 см²; 2 500 см²; 27,5 см²; 32 км²; 4,85 км²; 0,016 км²; 20 ар; 4,5 ар; 0,1 га; 10 га;

б) в квадратные сантиметры:

40 200 дм²; 1 530 дм²; 56 дм²; 390 м²; 18,75 м²; 0,205 м².

7. Дополните таблицы, используя различные единицы измерения, если: a – длина стороны квадрата; L – длина прямоугольника; l – ширина прямоугольника; P – периметр; A – площадь.

a	1 см	12 м	1,5 км						
P_{\square}				8 м	2 дм	1 м			
A_{\square}							1 м ²	9 км ²	1,21 см ²

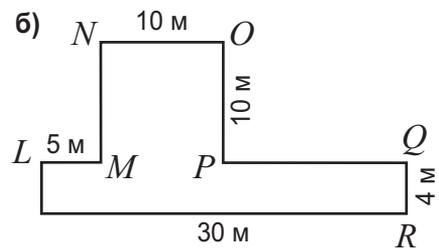
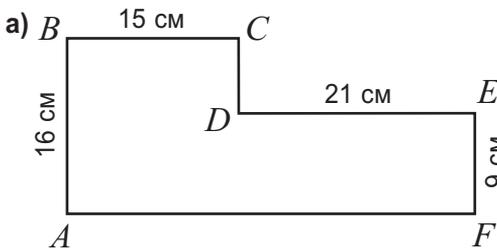
L	5 см	1 м	0,5 дм	3 м	8 см		
l	2 см	1 дм	3 см			5 дм	40 см
P_{\square}							
A_{\square}				6 м ²	56 см ²	1 м ²	2 м ²

8. Ширина прямоугольной клумбы 2 м, а длина – в 4 раза больше. Сколько розовых кустов посажено на клумбе, если на каждом квадратном метре по 3 куста?

9. Длина прямоугольной комнаты 3,5 м, а ширина 4,2 м. Сколько раствора извести необходимо для побелки потолка, если на каждый квадратный метр нужно 250 г раствора?
10. Площадь земельного участка квадратной формы составляет 4 ара.
- Найдите длину проволоки, ограждающей участок.
 - На сколько столбов, отстоящих друг от друга на 10 м, натянута проволока?
11. Налог на 1 ар земли, присужденный садовым товариществом в муниципии Кишинэу, составляет 10 леев. Сколько необходимо заплатить товариществу, владеющему 6 га земли?



12. Вычислите периметр и площадь каждого из многоугольников.



13. Бригаде трактористов нужно вспахать участок площадью в 360 га. Если каждый тракторист будет ежедневно обрабатывать 10 га земли, то бригада справится с работой за 6 дней. Сколько в бригаде трактористов?
- За сколько дней справилась бы бригада с работой, если бы на третий день присоединились еще 2 тракториста, и они стали бы работать с той же производительностью, что и остальные?
14. У первого портного был отрез ткани длиной 3 м и шириной 3 м. У второго портного было 11 м ткани шириной 2 м. Кто из портных использовал ткань рациональнее, если они скроили одинаковое количество жилеток?



Задача для чемпионов

15. Проанализируйте информацию о некоторых мерах длины, употребляемых в России в XIX веке. Преобразуйте их в подходящие единицы измерения, принятые в настоящее время.

- Старинные меры длины:

1 аршин \approx 71,12 см

3 аршина = 1 сажень

500 саженей = 1 верста

- Старинные меры площади:

1 квадратная сажень \approx 4,552 м²

1 копна = 0,1 десятины

1 десятина = 2400 квадратных саженей

§ 3 Единицы измерения объема

1. Измерение объема

Что знаем? Что узнаем?

- Составьте пары:

длина	грань куба
площадь	куб
объем	ребро куба

Измерить объем тела означает найти, сколько раз это тело содержит одну единицу измерения объема. Единица измерения объема – это куб с ребром в одну единицу измерения длины. Такой куб является кубической единицей и называется по соответствующей единице измерения длины. Например:

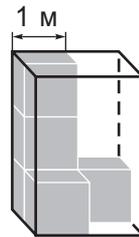
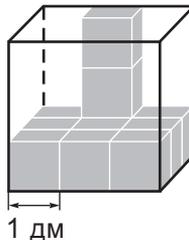
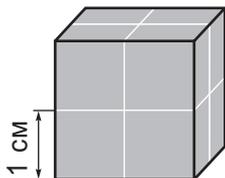
- кубический сантиметр (1 см^3) – это куб с ребром в 1 см;
- кубический метр (1 м^3) – это куб с ребром в 1 м.

Число кубических единиц, заполняющих тело, выражает **объем тела** в соответствующих единицах измерения.

Основной стандартной единицей измерения объема является **кубический метр** (м^3).

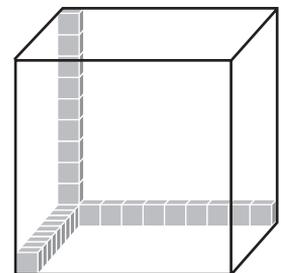


Рассмотрите схематические рисунки коробок. Поясните, как вычислить объем каждой из коробок в указанных единицах измерения.



Представьте куб объемом в 1 дм^3 (значит, с ребром в 1 дм) и его разбиение на кубы объемом в 1 см^3 .

Рассмотрите рисунок и найдите, сколько кубических сантиметров содержится в одном кубическом метре.





Поступите аналогичным образом и найдите, сколько кубических сантиметров содержится в одном кубическом метре.

Для этого представьте себе куб объемом в 1 м^3 (значит, с ребром в 1 м) и его разбиение на кубы объемом в 1 см^3 .



Найдите аналогичным образом, сколько кубических метров содержится в одном кубическом километре.

Возьмите на заметку

$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$

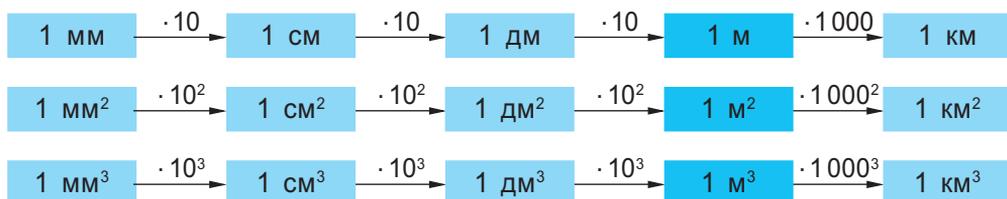
$$1 \text{ дм}^3 = 10^3 \text{ см}^3 = 1000 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$$

$$1 \text{ м}^3 = 100^3 \text{ см}^3 = 1\,000\,000 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$$

$$1 \text{ км}^3 = 1000^3 \text{ м}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ м}^3$$



2. Измерение емкости

Что знаем? Что узнаем?

• Для разнообразных практических нужд необходимо знать емкости сосудов: стаканов, кувшинов, банок, бочек, цистерн и т. д.

Емкость сосуда выражает объем его внутреннего пространства (полезный объем).

Также емкость сосуда выражает объем жидкости, которую вмещает сосуд.

• Так как емкость выражает объем, при измерении емкостей могут быть использованы единицы измерения объема. Однако кубический метр слишком велик и поэтому неудобен в практических ситуациях. Например, 1 м^3 воды – это больше, чем вмещается в обычную ванную.

Поэтому для измерения емкостей, а также объемов жидких тел, введена специальная стандартная единица измерения – **литр (л)**.

$$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$$



Если сосуд (какой бы формы он ни был) вмещает ровно 1 л жидкости, то говорим, что емкость сосуда 1 л.



• В случае меньших емкостей используют и другие стандартные единицы измерения, например **миллилитры (мл)**: $1 \text{ л} = 1000 \text{ мл}$.



$$1 \text{ мл} = 0,001 \text{ л}$$

$$5 \text{ мл} = 5 \cdot 0,001 \text{ л} = 0,005 \text{ л}$$

$$330 \text{ мл} = 330 \cdot 0,001 \text{ л} = 0,33 \text{ л}$$

Работа в парах

Сосуды на рисунке содержат равные объемы воды. Поясните, почему уровни воды в сосудах не равны.



Расположите сосуды в порядке возрастания их емкости.



①



②



③

Упражнения и задачи



1. Дополните таблицы, используя подходящие единицы измерения.

Ребро куба	6 см	8 дм	0,7 м			
Объем куба				27 см ³	125 дм ³	0,008 м ³

Вспомните!

$$V_{\text{куб}} = a^3$$

$$V_{\text{кубоид}} = L \cdot l \cdot h$$

Длина основания кубоида	3 см	5 дм	0,6 м		20 дм	
Ширина основания кубоида	2 см	5 см	4 дм	2 см	10 дм	2 м
Высота кубоида	4 см	2,5 дм	30 см	1 см		1,5 м
Объем кубоида				6 см ³	2 м ³	12 м ³

10. Найдите объем кубоида высотой 8 см, если:
- площадь основания равна 5 см^2 ;
 - общая площадь оснований равна 24 см^2 .
11. Сколько канистр емкостью в 10 л можно наполнить из резервуара объемом в 1 м^3 , заполненного соляркой?
12. Выразите в литрах емкость аквариума, зная его форму:
- куб с ребром в 4 дм;
 - кубoid с размерами 8 дм, 4 дм и 3 дм.
-
13. Каждая хрустальная ваза упакована в коробку формы куба с ребром в 2 дм. Найдите, сколько таких коробок поместятся:
- в ящик формы куба с ребром 1 м;
 - в ящик формы куба объемом в 8 м^3 ;
 - на полку с размерами 14 см, 15 см, 12 см.
14. Вместит ли 2 л воды сосуд формы:
- куба с ребром в 12 см;
 - кубоида с размерами 14 см, 15 см, 12 см?
15. Емкость бассейна составляет 32 000 л. Бассейн имеет форму кубоида, в основании которого лежит квадрат со стороной в 4 м. Найдите глубину бассейна.

Решаем и выражаем личное отношение

16. Уезжая к бабушке в субботу в 8 часов утра, Антон плохо закрыл кран, и из него вытекало около 120 капель воды в минуту. По приезде, на второй день в 8 часов вечера, мама обнаружила промашку сына и закрыла кран. Зная, что 3 600 капель составляют литр воды, найдите, сколько воды утекло напрасну из-за невнимания Антона.
17. Трещина в водопроводной трубе в подвале была отремонтирована через 6 часов после аварии. Если бы ее отремонтировали через сутки, утечка воды составила бы 30 000 л. Сколько воды вытекло из трубы до ремонта?



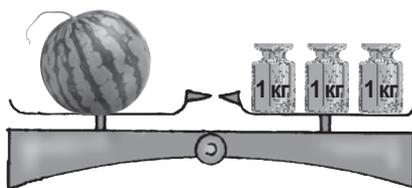
Вода, вытекшая из трубы, была откачана электронасосом мощностью 75 л в минуту. Сколько времени длилась откачка воды?



§ 4 Единицы измерения массы

Что знаем? Что узнаем?

• Чтобы **измерить массу тела**, нужно определить, сколько гирь массой в одну единицу измерения весят столько же, сколько данное тело. Число этих гирь выражает **массу тела** в соответствующих единицах измерения.



• Основной стандартной единицей измерения массы является **килограмм (кг)**. Для разнообразных практических нужд используют и другие стандартные единицы.

Миллиграмм

1 мг = 0,001 г

Грамм

1 г = 0,001 кг

Килограмм

1 кг

Центнер

1 ц = 100 кг

Тонна

1 т = 1000 кг

Возьмите на заметку

Хотя приставка *кило-* и указывает, что килограмм содержит 1000 граммов, все же не грамм является главной единицей измерения массы, а **килограмм**. Такое решение было принято для удобства взвешиваний в повседневных практических ситуациях.

Хотите больше знать?

- Один килограмм – это масса литра дистиллированной воды при температуре 4°C и нормальном давлении.
- Центнер употребляется в основном для масс зерновых культур.

• В настоящее время существует большое разнообразие электронных весов повышенной точности, которые используют для различных практических нужд.



Кухонные
весы



Напольные
весы



Карманные
весы
(безмен)



Торговые весы



Медицинские весы для взвешивания новорожденных

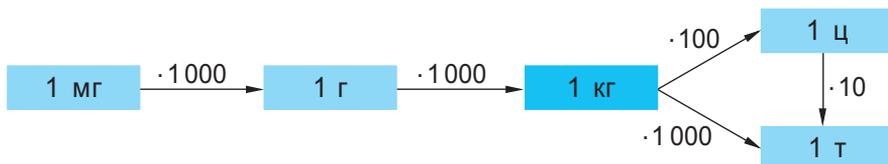


Платформа для взвешивания автомашин

Упражнения и задачи



1. Рассмотрите и поясните схему.



Дополните соотношения между единицами измерения масс.

а) $1 \text{ кг} = \square \text{ г}$

б) $1 \text{ г} = \square \text{ мг}$

в) $1 \text{ кг} = \square \text{ мг}$

$1 \text{ г} = \square \text{ кг}$

$1 \text{ мг} = \square \text{ г}$

$1 \text{ мг} = \square \text{ кг}$

г) $1 \text{ ц} = \square \text{ кг}$

д) $1 \text{ т} = \square \text{ кг}$

е) $1 \text{ т} = \square \text{ ц}$

$1 \text{ кг} = \square \text{ ц}$

$1 \text{ кг} = \square \text{ т}$

$1 \text{ ц} = \square \text{ т}$

2. Преобразуйте:

а) в килограммы: 40 000 г; 3 250 г; 750 г; 20 ц; 30,5 ц; 124,25 ц; 7 т; 4,2 т; 130,04 т;

б) в граммы: 300 000 мг; 27 400 мг; 350 мг; 2 000 кг; 243,8 кг; 0,55 кг;

в) в центнеры: 75 000 кг; 2 450 кг; 350,5 кг; 100 т; 10,3 т; 0,25 т;

г) в тонны: 350 000 кг; 27 000 кг; 5 340 кг; 1 000 ц; 200,6 ц; 14,5 ц.

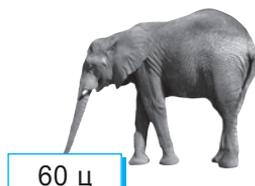
3. Выразите в одинаковых единицах измерения и расположите в порядке возрастания массы животных.



500 000 г



3,5 т



60 ц



1500 кг

4. Найдите оптимальный способ использования изображенных эталонных гирь для взвешивания:

- а) 250 г сливочного масла;
 б) 1,5 кг сахара;
 в) 0,6 кг муки;
 г) 183 г серебра;
 д) 92 г золота.



Образец:

$$320 \text{ г} = 200 \text{ г} + 100 \text{ г} + 2 \times 10 \text{ г}$$

5. Рассмотрите информацию о некоторых единицах измерения массы, которые употребляются и ныне (например, в США и Великобритании), несмотря на то, что не принадлежат к международной системе измерения. Преобразуйте в основные единицы измерения массы.

$$1 \text{ фунт} = 453,592 \text{ г}$$

$$1 \text{ унция} = 3,11035 \text{ г}$$



Как вы думаете, что удобно измерять в унциях?

6. Для приготовления паштета взяли 3,5 кг вареной гусиной печени, 1 кг тушеного лука, 100 г соли и вареные яйца. Масса очищенных яиц составила $\frac{1}{9}$ общей массы печени и лука. Сколько паштета получилось?

7. Столовая заказала 15 мешков сахара и 22 мешка риса. Мешок сахара весит 30 кг, а мешок риса – 20 кг. Для транспортировки столовая располагает автомобилем грузоподъемностью в 1,25 т. Возможно ли перевезти весь заказанный товар за один рейс?



Измените количество мешков так, чтобы перевозка стала осуществимой за два рейса при полной загрузке автомобиля.

8. Семья из 6 человек выращивает картофель для личного потребления. Найдите площадь участка, на котором им нужно посадить картофель, зная, что:

- ежегодное потребление составляет 45 кг картофеля на человека;
- урожай картофеля составляет примерно 5 кг с 1 м².

Решаем и выражаем личное отношение

9. Ежедневная норма хлеба для обеда в школьной столовой составляет 80 г пшеничного хлеба и 120 г ржаного. После того как 154 ученика пообедали в столовой, повара собрали и взвесили хлеб, оставленный на столах и тот, что упал на пол. Было установлено, что остались $\frac{1}{8}$ всего ржаного хлеба и $\frac{1}{7}$ всего пшеничного хлеба. Сколько хлеба было потеряно?



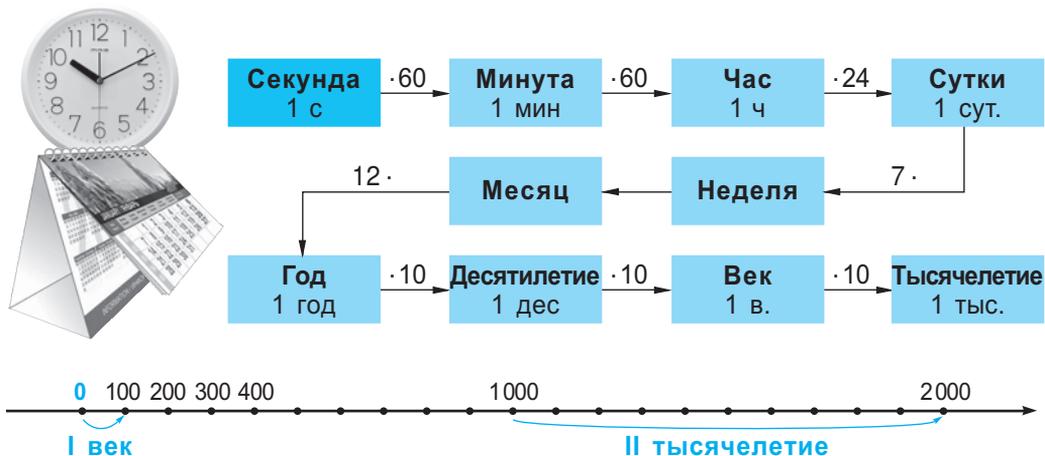
§ 5 Единицы измерения времени

Что знаем? Что узнаем?

• **Время** – это одно из измерений Вселенной. Ему нет определения, мы ощущаем его по знакам: смена дней и ночей; последовательность времен года; старение и т. д. Время отличается от других трех пространственных измерений (длина, ширина, высота) непрерывностью и необратимостью: оно течет непрерывно в единственном направлении – из прошлого в будущее.

• С древних времен люди старались вести учет времени, разбивая его на интервалы различной продолжительности – единицы измерения времени.

Основной стандартной единицей измерения времени является **секунда (с)**.



Дополняем и поясняем

На циферблате часов можно проследить, как каждые секунд добавляют одну минуту, каждые минут добавляют один час, пока не истекут все часа в сутках.

По календарю можно проследить, как следуют дней в каждой неделе и , , или дней в одном месяце, пока не соберутся или дней в месяцах одного года.

Хронологическая ось помогает понять время с исторических позиций. Год рождения Христа считается годом и отделяет нашу эру от предыдущего периода, т. е. до нашей эры. В нашей эре каждые лет добавляли по одному десятилетию, каждые десятилетий добавляли по одному веку, пока не истекли все веков первого тысячелетия. Последовали веков тысячелетия, и наступило тысячелетие, в котором мы сейчас живем.

Упражнения и задачи



1. На циферблатах часов представлены 9 мгновений одних суток. Назовите время на каждом часах. Найдите, сколько времени между каждыми двумя последовательными мгновениями.



1



2



3



4



5



6



7



8



9

2. Расположите последовательно моменты одних суток, представленные на циферблатах электронных часов. Сколько времени отделяет каждый из этих моментов от конца суток?



3. Порядковое число високосного года (в котором месяц февраль длится 29 дней) делится без остатка на 4. Является ли високосным текущий год? Назовите три прошедших и три следующих високосных года.

4. Преобразуйте:

а) в секунды: 5 мин; 30 мин; $\frac{1}{4}$ мин; $\frac{3}{2}$ мин; 1 ч;

б) в минуты: $\frac{1}{2}$ ч; $\frac{1}{3}$ ч; $\frac{1}{12}$ ч; $\frac{2}{5}$ ч; $\frac{5}{6}$ ч; $\frac{3}{20}$ ч;

в) в часы: 3600 мин; 483840 мин; 5 дней; 1 неделя.



5. Проанализируйте информацию, представленную на пергаменте.

а) Назовите первый и последний годы в каждом из следующих веков: IV; V; X; XVI; XX; XXI.

б) Назовите даты первого и последнего дней в каждом из следующих веков: XVIII; XIX; XX.

I век: 0–99 гг.;

II век: 100–199 гг.;

III век: 200–299 гг.

6. Определите, в каком веке произошло каждое из следующих изобретений.



Блез Паскаль

а) Первая счетная машина была изобретена математиком Блезом Паскалем в 1642 году. Она выполняла действия сложения и вычитания при помощи системы зубчатых колес.

б) Шариковую ручку изобрел в 1938 году венгерский журналист Ладислав Биро.



Ладислав Биро

в) Пианино изобрел в 1709 году итальянский мастер музыкальных инструментов Бартоломео Кристофори.



Бартоломео Кристофори

г) Разозлившись на привередливого клиента, американский повар Джордж Грум пожарил ему очень тонко нарезанный картофель и посолил сверх меры. Вопреки ожиданиям, клиент высоко оценил это блюдо. Благодаря этому случаю, произошедшему в 1853 году, появились чипсы.

7. Назовите дату:

- первого и последнего дня второго тысячелетия;
- первого дня третьего тысячелетия.

8. Рассмотрите календарь на август месяц 2011 года. Задайте перечислением элементов:

- множество A , включающее даты субботних и воскресных дней августа;
- множество B , включающее даты всех официальных праздников августа.
- $C = A \cup B$;
- $D = A \cap B$.



9. Врач прописал Кристиану принять 4 таблетки, по одной через каждые 2 с половиной часа. Сколько времени пройдет от первого приема таблетки до последнего?

10. В течение дня есть два интервала времени, приемлемых для телефонных переговоров (исключением являются звонки близким людям, чей распорядок дня известен). Найдите эти интервалы, зная, что:

- их общая длительность – 9 часов;
- первый интервал на 3 часа короче второго;
- первый интервал начинается в 10 часов утра, а второй завершается в 9 часов вечера.

11. В одно и то же мгновение в различных местах Земли часы показывают разное время. Время на планете определяется по точной схеме, определенной вращением Земли вокруг своей оси. Дополните таблицу, затем решите задачи.

город	Кишинев	Москва	Лондон	Париж
местное время	12:00	13:00		
		12:00	9:00	
			23:00	00:00



- а) Самолет вылетел из кишиневского аэропорта в 11:30 по местному времени и приземлился в аэропорту Внуково в 14:25 по московскому времени. Сколько времени длился полет?
- б) Полет Лондон-Кишинев длился 6 часов. Время прибытия самолета – 16:25 по местному времени. Сколько было на часах в Лондоне в момент вылета?



Составьте и решите похожую задачу, используя данные, приведенные в последнем столбце таблицы.

Решаем и выражаем личное отношение

12. Учащимся вашего возраста рекомендовано бывать на воздухе не менее $\frac{1}{16}$ суток. Сколько времени вы должны проводить на воздухе? Выразите ответ: в минутах; в часах и минутах; в часах.
13. Врачи рекомендуют учащимся 10-12 лет распределять бюджет времени в школьные дни следующим образом: учеба – $\frac{7}{24}$ дня; свободное время – $\frac{1}{3}$ дня; сон – оставшееся в сутках время. Сколько часов в сутках должен спать учащийся вашего возраста?
14. Выполняя домашние задания, Антон не раз прерывался: 14 раз по 5 минут глазел в окно; 6 раз по четверть часа „отдыхал“, играя в компьютерную игру; полчаса болтал по телефону. Найдите, сколько времени Антон потратил на домашние задания, зная, что, если бы он не прерывался, то мог их выполнить за час с четвертью? Сколько свободного времени потерял Антон?



§ 6 Денежные единицы

Что знаем? Что узнаём?

• **Денежные единицы** позволяют измерить материальную ценность товаров и услуг в экономическом процессе купли–продажи. В этом процессе денежные единицы участвуют в двух формах хождения – в **купюрах** и в **монетах**. Однако в настоящее время сделки могут быть осуществлены и другими способами: с помощью перевода, чеком или электронной карточкой.

• Рассмотрите купюры и монеты, имеющие хождение в Республике Молдова в настоящее время.



Как вы считаете, могут ли товары и услуги представлять иную ценность, помимо материальной?

Пригодны ли денежные единицы для измерения других ценностей, кроме материальных?

Хотите больше знать?

• Национальный Банк Республики Молдова выпускает в оборот в небольших тиражах **памятные монеты**, посвященные личностям, внесшим вклад в развитие нашей страны, историческим событиям, природе, науке и искусству.

Памятные монеты – это произведение искусства, выполнены они из золота или серебра, каждая в специальной капсуле и футляре.

Памятные монеты могут быть использованы и как средство оплаты, наряду с любыми другими монетами.

• Рассмотрите на фото аверс и реверс двух памятных монет, выпущенных в нашей стране.



7. С марта месяца семья Ивановых откладывала по 500 леев на покупку холодильника ценой в 5 000 леев. В период рождественских скидок холодильник подешевел на $\frac{1}{10}$ начальной цены. Сэкономили ли Ивановы достаточную сумму, чтобы купить холодильник в этот период?
8. В семье Чобану запланировали на следующий год сэкономить 10 000 леев для летнего отдыха и покупки телевизора за 6 500 леев. Месячный доход семьи состоит из оклада отца в 4 440 леев и оклада мамы в 3 100 леев, а на текущие расходы тратится около $\frac{4}{5}$ совокупного дохода. Установите, выполним ли намеченный план.

Решаем и выражаем личное отношение

9. Несколько горе-футболистов разбили 4 окна в школе-интернате. Школа была вынуждена выделить по 500 леев на покупку каждого оконного стекла, 100 леев на доставку стекла и 200 леев на установку. Выделенная сумма была снята из фонда на покупку книг. Сколько примерно книг могли быть куплены на эту сумму, если средняя цена одной детской книги 35 леев?



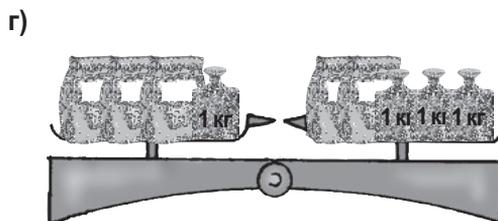
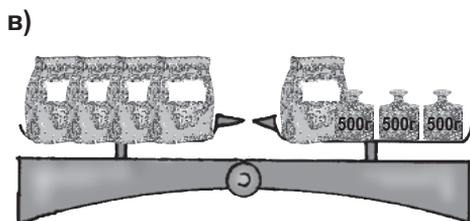
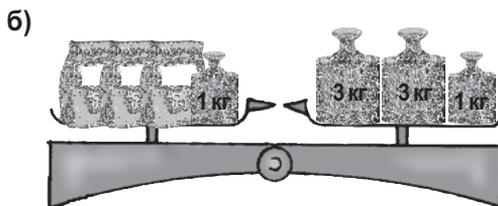
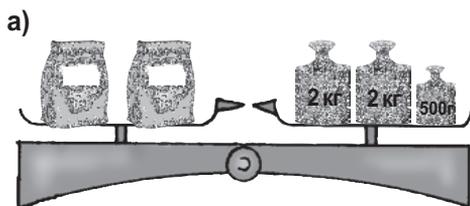
Задания для осмысления

1. Назовите основные стандартные единицы измерения: длины; площади; объема; емкости; времени; денежного достоинства.
2. Поясните смысл приставок, с помощью которых образованы названия других, помимо основных, стандартных единиц измерения: длины; площади; объема; емкости.
3. Приведите примеры преобразования стандартных единиц измерения, требующих:
 - умножения на 10, 100, 1 000;
 - деления на 10, 100, 1 000.
4. Опишите повседневные ситуации, когда необходимо выполнить измерения. Уточните используемые единицы и инструменты измерения.

Упражнения и задачи для повторения

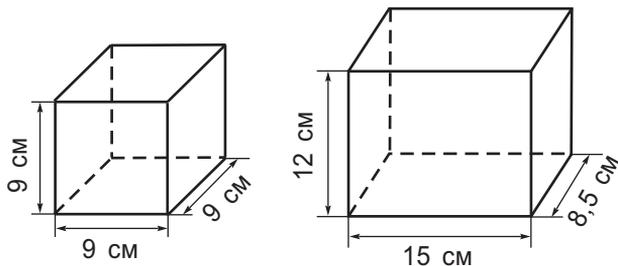


- Какие слова пропущены?
 - ... Андрея составляет 12 лет. Его ... 1,45 м, а его ... 40 кг.
 - Ведро продается по ... 25 леев. Его ... 8 л, а его ... 65 см.
 - Участок ... в 6 аров огражден забором, ... которого 1 км.
 - ..., за которое спортсмен пробежал ... в 100 м, составило 10 с.
- Преобразуйте в основные стандартные единицы измерения:
 - длины: 4 000 км; 4 000 дм; 4 000 см; 4 000 мм;
 - площади: 20 км²; 20 га; 20 ар; 20 дм²; 20 мм²;
 - объема: 5 км³; 5 000 дм³; 500 000 см³;
 - емкости: 8 000 мл; 800 мл; 80 мл; 8 мл; 0,8 дм²; 0,08 м²;
 - массы: 70 т; 70 ц; 70 г; 70 мг;
 - времени: 300 мин; 3 ч.
- Найдите, сколько времени прошло:
 - с начала суток до девяти часов вечера;
 - с двух часов дня до окончания суток;
 - с 08:45 до 18:00 того же дня;
 - с 15:20 до 20:15 следующего дня;
 - с 10:30:30 до 12:00:00 того же дня;
 - с 22:00:10 до 00:40:30 следующего дня.
- Какая сумма получится, если взять по одной купюре и по одной монете из тех, что в хождении в нашей стране?
- Рассмотрите рисунки и найдите, сколько весит один пакет (пакеты на одних весах одинаковы по массе).



6. Для каждого изображенного тела найдите:

- а) объем;
- б) площадь каждой грани;
- в) периметр каждой грани.



Представьте себе, что эти тела являются сосудами. Какой из них смог бы вместить 1 л воды? Почему?

7. Дополните информацию, выбрав соответствующие единицы измерения: км; км²; км³; кг.

Распознайте описанные величины: длина; площадь; объем; масса.

- а) Озеро Байкал – самое глубокое на планете и вмещает самое большое количество пресной воды. Глубина Байкала 1,742 , а вмещает озеро около 23000 воды.
- б) Мертвое Море – самое соленое море на Земле. Оно простирается на 1020 и содержит примерно 12650 миллионов соли.
- в) Пустыня Салар в Южной Америке – самая большая соляная пустыня в мире. Она находится на высоте 3,6 над уровнем моря и покрывает ее примерно 10000 соли.



Найдите в различных источниках информации (энциклопедиях, интернете и т. д.) другие интересные сведения об изученных величинах.

8. Дополните отсутствующими единицами измерения.

- а) 3,5 м = 35 ★ б) 6 м² = 600 ★ в) 9000 дм³ = 9 ★
- 24 см = 240 ★ 15 км² = 15000000 ★ 3 л = 3 ★
- 0,07 ★ = 70 м 450 ★ = 4,5 га 300 мл = 0,3 ★
- г) 5,3 т = 53 ★ д) 1,5 ч = 5400 ★
- 27,2 кг = 27200 ★ 2 ★ = 2000 лет
- 130 ★ = 0,13 г 21 с = 210 ★

9. Определите високосные годы:

1980; 1982; 1986; 1990; 1994; 2000; 2005; 2010; 2012.

10. Сколько всего дней длились:

- а) первые два года XXI века;
- б) последние два года II тысячелетия?

11. Длина бассейна 30 м, ширина 6 м, а глубина 2 м.
- Сколько квадратных кафельных плиток со стороной в 1 дм необходимо для покрытия дна бассейна? Для покрытия стен бассейна?
 - Сколько литров воды вмещает бассейн?
 - Сколько стóит вода, которой наполнен бассейн, если кубический метр воды стóит 1,35 лея?
12. Предположите приблизительный результат измерения в подходящих единицах:
- длины классной комнаты;
 - площади классной доски;
 - емкости стакана;
 - массы яблока;
 - объема спичечного коробка;
 - продолжительности учебного года.



Выполните нужные измерения и вычисления и проверьте, насколько верными были ваши предположения.

13. Наши предки пахали землю плугами. За час плугом можно было вспахать примерно пятую часть гектара земли. На современном тракторе можно вспахать около 80 ар за час. На сколько и во сколько раз производительность трактора превышает производительность плуга?
14. Расположите представленные ниже единицы измерения в порядке возрастания. Преобразуйте их в основные стандартные единицы измерения соответствующих величин.

а) Единицы измерения массы, применяемые в прошлом в Молдове:

мерца 1 мерца = 10 баниц;

баница 1 баница = 10 ок;

ока 1 ока = 4 литры;

литра 1 литра = 322,75 г.

б) Единицы измерения длины, применяемые в настоящее время в США и в Великобритании:

дюйм (inch) 1 дюйм = 2,54 см;

миля (mile) 1 миля = 1760 ярдов;

фут (foot) 1 фут = 12 дюймов;

ярд (yard) 1 ярд = 36 дюймов.

в) Единицы измерения емкости, применяемые сегодня в США:

баррель (нефти) 10^4 баррелей = 1589843 л;

галлон (потребляемой жидкости) 10^8 галлонов = 378541178 л.

15. В семье Руснак 4 человека. В один из дней на завтрак каждый съел 100 г хлеба, одно вареное яйцо, 50 г сыра и выпил стакан молока (250 мл). Вычислите стоимость этого завтрака, используя приведенные в таблице данные.

Продукт	Цена
Хлеб	4 лея за 1 кг
Яйца	17 леев за 10 штук
Сыр	68 леев за 1 кг
Молоко	12 леев за 1 л

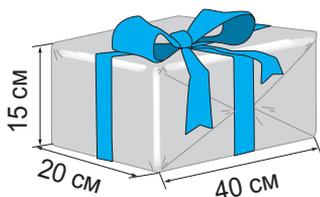


Вычислите стоимость одного завтрака в вашей семье.



Задачи для чемпионов

16. Рассмотрите коробку на рисунке и найдите длину ленты, если известно, что на завязывание банта пошла половина всей ленты.



17. Чтобы построить дом, Наф-Нафу требовалось 960 грошиков (грошики – это денежные единицы, имеющие хождение в Стране Сказок). У него была лишь половина этой суммы. Поэтому он взял в Пудель-Банке кредит на недостающую сумму. Контракт с банком предполагает возвращение денег в течение года, с годовым процентом в $\frac{1}{10}$ от кредитованной суммы. Сколько грошиков должен возвращать Наф-Наф банку ежемесячно?



Наф-Наф работает на фабрике по консервированию кукурузы, его месячный оклад 215 грошиков. На текущие нужды ему требуется $\frac{4}{5}$ зарплаты. Хватит ли оставшихся денег, чтобы производить ежемесячные выплаты банку, или нужно искать более оплачиваемую работу?



Итоговый тест

Время выполнения
работы: 45 минут

I вариант

1. а) Составьте пары.

миллиметр	площадь
миллилитр	масса
ар	емкость
центнер	длина
	время

б) Дополните подходящими значениями.

Купюру достоинством в леев можно разменять на 50 монет достоинством в бань.

2. Преобразуйте в главные стандартные единицы измерения:

а) длины: 34 000 см;

б) емкости: 200 мл;

в) массы: 1,2 т;

г) площади: 0,5 км².

3. Бассейн имеет форму кубоида с длиной 6 м, шириной 3,5 м и высотой 5 м.

а) Сколько литров воды вмещает бассейн?

б) Сколько кафельных плиток квадратной формы со стороной в 1 дм необходимо для покрытия дна бассейна?

в) За сколько времени наполнился бассейн, если воду включили в 22:50 и отключили в 9:30?

4

3

3

3

3

3

5

4

2

II вариант

1. а) Составьте пары.

миллиграмм	объем
гектар	длина
кубический дециметр	площадь
век	время
	масса

б) Дополните подходящими значениями.

Купюру достоинством в леев можно разменять на 20 монет достоинством в бань.

2. Преобразуйте в главные стандартные единицы измерения:

а) длины: 34 000 мм;

б) площади: 200 ар;

в) массы: 1,2 ц;

г) объема: 0,5 см³.

3. Бассейн имеет форму кубоида с высотой 4,5 м, шириной 5 м и длиной 8 м.

а) Сколько литров воды вмещает бассейн?

б) Сколько кафельных плиток квадратной формы со стороной в 1 дм необходимо для покрытия дна бассейна?

в) За сколько времени наполнился бассейн, если воду включили в 23:20 и отключили в 10:05?

Схема оценивания теста

Отметка	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Сумма баллов	30–29	28–26	25–23	22–19	18–15	14–10	9–7	6–5	4–3	2–0

ОТВЕТЫ

Глава 1

§ 1. 11. Например, 88 899 (число класса тысяч) и 98 (число класса единиц).
12. а) 333 333, 222 222, 111 111; б) 333, 22, 1; в) 9 991 999, 9 919 999, 9 199 999, 1 999 999; г) 999 991, 99 991, 9 991, 991, 91, 1. 13. 51; 65; 95; 600; 900; 106; 255; 1 200; 20 000; 50 000. 14. а) 1, 11, 111; б) 2 222, 22 222, 222 222.
15. в) 450, 405, 540, 504; г) 451, 415, 145, 154, 541, 514.

§ 2. 6. г) 9 999; 1 000; д) 999 999; 100 000. 9. б) 38, 39, 40, 41; в) 3, 4, 5, 6.
12. $\approx 400\,000$ км; $\approx 32\,000\,000$ с; $\approx 69\,000\,000\,000$ человек. 14. д) Например, меньше или равные 15: 11, 12, 13, 14, 15; е) например, больше или равные 2010: 2010, 2011, 2012, 2013, 2014; ж) например, от 5 до 9: 5, 6, 7, 8, 9; з) например, содержащиеся между числами 21 и 27: 22, 23, 24, 25, 26.
15. а) 0 и 999; б) 1 000 и 999 999. 16. б) Например, $5\,222 < 5\,522$; г) например, $2\,522 > 2\,225$; е) например, $2\,525 \leq 2\,525$. 17. а) 31, 32, 33, 34; б) 65, 66, 67, 68, 69; в) 101, 102, 103, 104; г) 235, 236, 237, 238, 239. 18. а) Улица Садовая, д. 24; б) улица Садовая, д. 21.

§ 3. 9. а) Увеличить на 5; б) уменьшить на 5. 11. а) Уменьшить на 10; б) увеличить на 10. 12. Например, одно слагаемое уменьшить на 1, а другое увеличить на 1. 14. а) 150 рулонов; б) 50 рулонов; в) 200 рулонов. 15. а) 233; в) 8 738; д) 240; ж) 64; з) 310. 16. а) $80 - 55 + 34 = 59$; ж) $999\,999 - 1\,000 = 998\,999$. 17. а) 25; 85; б) 11, 12, 13. 18. А = 1, Й = 0, Я = 9.

§ 4. 5. Да. 8. а) 3 640 квартир; б) 7 000 газет; на 1 400 газет. 9. а) 2 754, 8 262; б) 714, 918; в) 1 000 001 000, 10 000 010 000; г) 1 001 000, 1 010 000.
10. 125 леев; 625 леев; 1 250 леев; 12 500 леев. 16. 6 000 леев. 17. а) 2 нуля; б) 4 нуля. 18. а) 7; б) 17; в) 37.

§ 5. 1. 81 карандаш. 5. а) 14; б) 36; в) 0; г) 100 000 000. 8. б) 337; г) 22.

§ 6. 3. а) 48 пассажиров; 34 пассажира; 41 пассажир; б) 10 купе; 11 купе; 23 купе. 4. д) 6, ост. 0; е) 9, ост. 0; ж) 30, ост. 0; з) 6, ост. 0. 6. б) 56:7; г) 110:10. 9. в) 324; г) 36. 11. 4 350 леев. 13. в) 516 913; г) 5 050. 14. б) 90, 9, 10, 1; в) 4, 3, 1, 0; г) 6, 4, 2, 0. 20. 24 страницы.

§7. 1. **г)** 1323; **е)** 10 000; **з)** 911; **к)** 9; **м)** 16; **н)** 702. 2. **а)** $140 : 2 + 55 = 125$; **б)** $132 : 3 - 32 = 12$; **в)** $(195 + 925) : 4 = 280$; **г)** $(1000 - 111) : 3 = 127$; **д)** $2 \cdot 1000^2 = 2\,000\,000$. 4. **г)** $(630 : 7 - 2 \cdot 9) \cdot 25 = 1800$; **д)** $128 + 49 : (42 : 6) \cdot 8 = 184$; **е)** $180 : (300 - 30 \cdot 9) + 199 = 205$.

§8. 1. **в)** 1080; **г)** 156. 4. **д)** $n = 28$; **е)** $z = 21$; **ж)** $c = 0$; **з)** $x = 1$. 6. 536 деталей. 7. 16 т. 8. **а)** 4 лея; **б)** 7 кроссвордов; **в)** 144 рыбы. 9. **б)** 3333; **г)** 18; **е)** 864. 12. **а)** 27 яблонь; **б)** 13 коз; **в)** 80 леев; **г)** 10 птенцов. 13. **а)** $x = 20$; **б)** $y = 7$; **в)** $z = 45$; **г)** $t = 60$. 14. **а)** $2x = 148 : 2$; $x = 37$; **б)** $x + 3 = 3 \cdot 80$; $x = 237$; **в)** $x - 17 = 59 - 1$; $x = 75$; **г)** $1\,000 : x = 50 - 10$; $x = 25$. 15. **а)** Покупатель оплатил букет из трех хризантем купюрой достоинством в 50 леев и получил 11 леев сдачи. По какой цене продавали хризантемы? **б)** В одном букете было 2 белых и 5 желтых хризантем. По какой цене продавали хризантемы, если букет стоил 63 лея? **г)** Найдите цену хризантем, если 135 леев хватит, чтоб купить 11 хризантем, и останется 4 лея.

Упражнения и задачи для повторения

9. **б)** $50x + 7$; $60 + 11y$; $13z - 8$; $2m + 7n$. 10. **г)** $y = 20$; $y = 2778$; **д)** $x = 430$; $x = 172$; **е)** $y = 9$; $y = 11$. 11. **а)** 11 лет; **б)** 6 леев; **в)** 49. 12. $m < x < n < y$. 14. **а)** 989 и 101. 16. **г)** $b = 4a$; $a = b : 4$; **д)** $a = 5b + 4$; $a - 5b = 4$. 17. **а)** 316; **б)** 196. 18. **а)** 0; **г)** 10 палиндромов. 19. 333. 20. **а)** 56; **б)** 12. 22. 3, 5 или 7 ребят.

Глава 2

§ 1. 2. **а)** И; **б)** Л; **в)** И; **г)** Л. 6. **б)** Республика Молдова не является Азиатским государством – И. **г)** Квадрат числа 8 не равен 88 – И. 10. I – Женя, II – Коля, III – Сережа, IV – Миша. 12. А – лжет, а В – говорит правду.

§ 2. 11. $A \subset M$, $B \subset M$, $C \subset M$, $E \subset M$. 12. **б)** {43; 25}; **в)** {88}.

15. **ж)** {11; 13; 21; 31; 55}; **з)** {11; 13; 21; 31; 48; 49; 55}.

16. **а)** $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$; $B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$; $C = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.

17. **б)** $C = \{3; 5; 8; 17\}$; **в)** $M = \{1; 4\}$.

Глава 3

§ 1. 2. **б)** $8 \mid 40$; **б)** $3 \nmid 29$. 4. **а)** И; **б)** Л; **в)** И; **г)** И; **д)** И; **е)** И; **ж)** Л.

5. **а)** $D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$; **б)** $D_{11} = \{1, 11\}$; **д)** $D_{92} = \{1, 2, 4, 23, 46, 92\}$.

6. **г)** {0, 15, 30, 45, 60}; **д)** {0, 20, 40, 60, 80}. 7. **а)** {1, 2, 4, 8}; **г)** {1, 3};

ж) {1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30}; **з)** {1, 2, 5, 10}. 8. **а)** {0}; **б)** {0, 18, 36, 54, ...};

г) {6}. 9. **а)** {16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96}; **г)** {15, 30, 45, 60, 75, 90}.

10. **б)** 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40; **в)** 1, 2, 5, 10, 25, 50. 12. 470, 704, 740.

15. Йогурт по 5 леев или по 6 леев. 17. Например, число 208. 18. Например, число 231. 20. а) $32 = 4 \cdot 8$; б) $32 = 16 \cdot 2$. 21. $A = \{12, 18, 24, 30, 36\}$; $D = \{2, 7, 12, 17\}$. 23. б) $\{4, 12\}$. 24. а) Л; б) Л; в) Л; г) И; д) И; е) Л. 25. Да. 26. Указание. Покажите, что последней цифрой числа $6^{12} - 4^8$ является 0. 28. а) 2, 5, 8; б) 0,5; в) 0, 2, 4, 6, 8; г) 0.

§ 2. 1. в) Любая цифра; д) любая цифра; ж) любая цифра. 6. в) Любая цифра; д) любая цифра, кроме 0; ж) любая цифра. 7. а) 2, 7; б) 3, 8; в) любая цифра; г) 0, 5. 8. а) И; б) Л; в) И; г) И; д) Л; е) И. 9. а) 1; б) любая цифра; в) 9; г) 1. 11. г) Любая цифра; д) любая цифра; е) любая цифра. 15. На 2 и на 5. 17. 2) в) 95, 100, 105; г) 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50. 3) в) 100; г) 20, 30, 40, 50. 21. а) Покажите, что для любого n , $n \in \mathbb{N}^*$, последней цифрой числа $10^n + 5^n$ является 5. б) Покажите, что для любого n , $n \in \mathbb{N}$, последней цифрой числа $16^n + 2^n$ является четное число. 22. Покажите, что для любого n , $n \in \mathbb{N}$, последней цифрой числа $9^{4n} - 7^{4n}$ является 0. 24. 960.

Упражнения и задачи для повторения

3. 1) $D_{84} = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84\}$. 4. а) 0, 2, 4, 6, 8; б) 0, 5; в) 0. 5. б) $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$; е) M_6 ; ж) $\{0\}$; з) $\{0, 36, 72, \dots\}$. 6. б) 129, 132, 135, 138, 141, 144, 147; г) 132, 138, 144; е) 135. 8. б) $19 \cdot 10$ леев + $19 \cdot 5$ леев; в) $31 \cdot 10$ леев + $31 \cdot 5$ леев. 11. б) 0 или 5; любая цифра, кроме 0 или 5; 0 или 5; любая цифра, кроме 0 или 5; в) 0; любая цифра, кроме 0; 0; любая цифра, кроме 0. 13. г) 162, 165, 168, 171, 174, 177, 180, 183, 186, 189; д) 165, 180. 14. б) $B = \{20, 25\}$; г) $D = \emptyset$; е) $F = \{24, 26, 27, 28, 29, 31\}$. 15. Указание. a – любая цифра, $b = 0$. 18. а) Л; б) И; в) И; г) Л. 20. а) Нечетное; б) нечетное; в) четное; г) четное; д) четное. 22. Признак делимости на 4: Число a делится на 4, если число, составленное из двух последних цифр данного числа, делится на 4.

Глава 4

§ 1. 3. а) $\frac{1}{5}$; б) $\frac{1}{9}$; в) $\frac{1}{8}$; г) $\frac{1}{6}$. 10. а) $\frac{5}{3}, \frac{15}{4}$; б) $\frac{2}{5}, \frac{7}{8}, \frac{8}{11}, \frac{31}{43}$. 12. а) $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{7}{11}\right\}$; б) $\left\{\frac{5}{4}, \frac{25}{13}\right\}$. 21. а) $2\frac{3}{4}$; б) $7\frac{5}{6}$; в) $2\frac{12}{13}$; г) $12\frac{3}{8}$. 23. $\frac{5}{24}$. 24. $\frac{4}{5}$. 25. $\frac{17}{55}$. 26. $\frac{2}{9}$ кг. 29. а) $\frac{6}{1}, \frac{6}{2}, \frac{6}{3}, \frac{6}{4}, \frac{6}{5}$. 32. Нет. 34. а) 1 и 2; б) 10 и 11; е) 12 и 13. 35. а) $\frac{14}{2}$; б) $\frac{35}{5}$; в) $\frac{49}{7}$. 37. $\frac{3}{13}, \frac{5}{13}, \frac{14}{13}, \frac{3}{22}, \frac{5}{22}, \frac{14}{22}$. 38. 15 минут. 39. а) $n=1$; б) $n=9$; в) $n \in \{1, 2\}$; г) $n \in \{1, 2, 3, 4\}$. 40. $x \in \left\{\frac{23}{4}, \frac{24}{7}, 4, \frac{2}{11}, \frac{26}{5}, \frac{23}{10}\right\}$. 41. 4. 42. Да.

§ 2. 13. $\left\{\frac{3}{7}; \frac{15}{22}; \frac{4}{23}\right\}$. 14. а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{4}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{6}{7}$; ж) $\frac{17}{2}$; з) $\frac{2}{7}$; и) $\frac{4}{19}$.
 26. а) $\frac{5}{10}$; б) $\frac{6}{10}$; в) $\frac{2}{10}$; г) $\frac{3}{10}$. 27. а) $1\frac{2}{7}$; в) $2\frac{1}{3}$; г) $2\frac{2}{5}$; е) $4\frac{1}{2}$. 32. а) $\frac{1}{2}$;
 б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{4}$; г) $\frac{1}{5}$; д) $\frac{2}{3}$; е) $\frac{3}{4}$. 38. г. 41. а) $\frac{4}{8}$; б) $\frac{2}{8}$; в) $\frac{14}{8}$; г) $\frac{8}{8}$; д) $\frac{16}{8}$.
 45. а) $\frac{5}{6}$; б) $\frac{8}{13}$; в) $\frac{3}{7}$; г) $\frac{2}{3}$. 46. $a \in \{0; 1; 2; 3\}$. 47. $b \in \{3; 4; 5\}$.

§ 3. 2. з) $\frac{13}{19}$; и) $\frac{7}{15}$; к) $\frac{17}{31}$. 3. 1. 4. а) $\frac{1}{9}$; в) $\frac{1}{3}$; г) $\frac{3}{7}$. 5. $3\frac{1}{2}$ м. 7. $\frac{1}{2}$.
 8. б) 4; г) 2. 9. б) $\frac{8}{9}$; г) $1\frac{3}{8}$; е) $\frac{7}{10}$; з) $\frac{13}{20}$. 12. а) $\frac{11}{3}$; б) $\frac{29}{7}$; в) $\frac{32}{5}$.
 13. а) $1\frac{14}{27}$; б) $1\frac{4}{51}$; в) $\frac{16}{33}$; г) $1\frac{1}{4}$.

§ 4. 2. б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{9}$; ж) $\frac{4}{9}$. 3. а) $\frac{7}{11}$. 6. а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{2}$; в) 0; г) 0. 7. а) $\frac{3}{4}$; в) $\frac{3}{20}$;
 г) $\frac{1}{2}$; ж) $\frac{1}{9}$. 8. а) $\frac{3}{7}$; в) $\frac{7}{9}$; г) $1\frac{1}{4}$; д) $2\frac{1}{2}$. 9. $\frac{1}{5}$ кг. 10. $\frac{1}{20}$ кг. 12. а) 1; в) $\frac{1}{13}$;
 г) $\frac{1}{3}$. 13. а) $2\frac{1}{7}$; б) $6\frac{2}{3}$.

§ 5. 1. а) 10; б) 32; в) 12; г) 56; е) 24. 2. б) 40; в) 50. 3. 120 страниц. 5. 78 км.
 7. 104 см. 8. а) 15. 9. 38 мин. 10. 35 мин. 13. 2 лея. 15. Во втором ведре.

§ 6. 4. 14 лет. 6. 500 кг. 8. 16 рыб.

Упражнения и задачи для повторения

2. 5 девочек. 3. 9 яблонь. 11. а) 18 апреля, четверг; г) 9 апреля, вторник.
 12. а) $2\frac{3}{4}$; в) $3\frac{8}{9}$; д) $3\frac{1}{12}$. 15. а) $\frac{11}{4}$; в) $\frac{45}{7}$. 18. а) $a \in \{8; 9\}$; б) $a \in \{9\}$;
 в) $a \in \{4; 5\}$. 20. $1\frac{1}{10}$ л.

Глава 5

§ 1. 5. б) 0,9; г) 5,24; е) 43,246. 8. б) 3,0; г) 31,0; е) 613,0. 9. б) 0,2; г) 7,7;
 е) 70,3. 10. б) 0,09; г) 0,79; е) 7,92; з) 0,002; к) 0,241. 13. б) $\frac{6416}{100}$; г) $\frac{8008}{1000}$;
 е) $\frac{33}{100}$; з) $\frac{183}{1000}$; к) $\frac{61}{10}$. 16. б) 2,012 м; г) 21,17 м; е) 0,008 м; з) 0,41 м.
 17. а) 0,045 г; в) 5,025 г. 18. б) 2,5; г) 2,25; д) 0,75; ж) 0,04; и) 0,05.
 19. в) 542 лея 83 бана; г) 108 леев 55 банов. 21. б) 22,43 евро;
 г) 418,09 евро. 22. г) $127 + \frac{3}{100} + \frac{7}{10000} + \frac{5}{100000}$. 24. а) 70 г = 0,07 кг;
 б) 18 см = 0,18 м; в) 8 мл = 0,008 л.

§2. 3. а) Атлас – самый дешевый, книга – самая дорогая. б) 82,35 лея; 82,5 лея; 103,2 лея. 5. б) 0,7; 8,5; 8,503; 8,51; 9,92; 13,1; 15; 15,02. 7. а) Запятую; б) запятую. 8. а) И; б) Л; в) Л; г) Л; д) Л; е) Л; ж) Л; з) Л. 9. б) Например, 8,1; 8,9; г) Например, 6,31; 6,99; е) Например, 18,63; 18,68; з) Например, 21,11; 21,15. 10. б) $7 < 7,3 < 8$; г) $18 < 18,23 < 19$; е) $3 < 3,128 < 4$. 13. б) Например, $9,226 < 9,335 < 9,412 < 9,7008$. 15. Первая попытка. 17. Голубь, воробей, гриф. 19. в) $26,08 < 26\frac{1}{2}$; г) $37,07 < 37\frac{2}{5}$. 20. а) Не прав; б) не прав. 22. б) Маша, Лена, Ира, Ваня, Денис. 23. б) Например, $0,0033 < 0,00331 < 0,00332 < 0,00333 < 0,00339 < 0,004$. 24. 2,356 – самое маленькое число; 653,2 – самое большое число.

§3. 1. д) ≈ 106 ; е) ≈ 203 ; ж) ≈ 2005 ; з) ≈ 2006 . 2. д) $\approx 104,3$; е) $\approx 234,2$; ж) $\approx 0,9$; з) $\approx 0,8$. 3. д) $\approx 215,04$; е) $\approx 324,05$; ж) $\approx 1,12$; з) $\approx 2,34$. 4. д) ≈ 130 ; е) ≈ 330 ; ж) ≈ 2040 ; з) $\approx 3,060$. 5. ≈ 79 леев. 6. б) $15 < 15,34 < 16$; г) $217 < 217,63 < 218$; е) $3217 < 3217,29 < 3218$. 10. б) $A(5,51)$, $B(5,53)$, $C(5,57)$, $D(5,58)$. 12. Этой суммы денег не хватит. 14. а) 15,8; б) 27,2; в) 128,9; г) 77,4.

§4. 1. ж) 19,8; з) 31,2; и) 7,053. 3. 503,12 т. 4. е) 17,72; ж) 8,149; з) 38,808. 5. 39,5 га. 6. б) 32,25; г) 32,554; е) 85,185. 8. 10,8 лея. 9. 27,2 см. 10. а) 645; б) 314,8. 11. б) 18,91; г) 10,08; е) 7 180,2. 12. в) 4 038,22; г) 7 476,29. 14. а) 18,4; б) 45,88. 17. 273,2 см. 18. 9,4 млн. км². 20. б) 1386,1 лея. 22. Камень в 51 карат. 23. в) Например, $416,3 = 416 + 0,3$; г) Например, $416,3 = 500 - 83,7$. 25. Числа 14,126; 37,157; 37,157. 26. Указание. $\overline{a,b} = \overline{a+0,b}$. 27. Указание. $\overline{x,y} = \overline{x+0,y}$.

§5. 1. д) 6,3; е) 14,03; ж) 0,372; з) 2,42. 2. 252 кг; 504 кг. 3. д) 0,62; е) 0,688; ж) 18,12; з) 36,66. 4. 13 м². 5. 396 см². 7. г) 263; д) 614; е) 88. 8. д) 4 130; е) 8 772; ж) 2 726; з) 768. 10. б) 614,6; 6 146; 61 460; 614 600. 11. б) 0,17; д) 16 040; е) 27 130. 12. б) 5,29 см²; г) 104,04 дм². 13. б) 1,331; г) 15,625; д) 0,001. 16. в) 411,598; г) 80,3125. 17. б) 0,4⁷. 18. в) 243; 729; г) 6; 3. 20. 720 км. 23. 19,7 лея; на 1,6 лея. 25. 424,6 км. 28. б) 2 571 264 км. 30. 750 000 м = 750 км. 31. б) 24,369. 34. б) $B = \{0, 2, 4\}$. 35. а) 284 820; б) 1980. 37. 28 учеников. 38. а) 9; б) 2.

Упражнения и задачи для повторения

1. а) 867,5; б) 19,94; в) 1; г) 6,43. 2. а) 56,8; б) 4,8. 3. а) 58,2; б) 85,3; в) 613,1; г) 162,85. 5. б) $B = \{0; 45; 90\}$. 6. 731,8 т. 7. 993,6 км. 8. 120 леев. 9. 156,45 лея. 10. 100,05 лея. 11. 1 учебник – 23,35 лея; 1 тетрадь – 6,54 лея. 12. 85 леев. 13. Папа – 1115,4 евро; мама – 893,7 евро; сын – 606,6 евро. 17. 31,5 кг. 18. 10,05; 4,25.

§ 1. 6. а) И; б) Л; в) Л; г) Л; д) Л. 7. а) 5 см 9 мм; б) 21 см 5 мм; в) 7 см 5 мм; г) 16 см 8 мм. 8. а) 4 м; б) 9 м. 9. а) 11 дм 3 см или 2 дм 7 см; б) 30 дм 1 см или 7 дм 5 см; в) 6 дм 6 см 6 мм или 8 см 8 мм; г) 11 дм 2 см 2 мм или 1 см 2 мм. 10. а) *M* или *N*; б) *N* или *K*; в) *M* или *N*; г) *M* или *K*; д) *N* или *K*; е) *M* или *K*. 11. а) 4; б) 6. 12. 6. 13. а) 10; б) 45. 14. $AB = 12$ см; $CD = 6$ см.

§ 2. 7. а) Острый; б) тупой; в) тупой; г) прямой; д) острый; е) острый. 8. а) Острый; б) острый; в) острый; г) прямой; д) тупой; е) тупой. 9. а) Прямой; б) тупой; в) нулевой; г) острый; д) острый. 11. а) *G, H, I, J, N, L, O*; б) *G, H, B, D, F*. 13. Зашифрованное слово ВЕРНО. 14. а) 3; б) 12. 15. а) 6; б) 10. 16. а) 4; б) 5.

§ 3. 5. а) И; б) И; в) Л; г) И; д) Л. 7. а) *b* и *l*; б) *c, d, e, f, g, h, k, m*. 8. 3. 9. 3. 10. а) 3; б) 10; в) 45. 11.



§ 4. 3. а) 20 дм 4 см 1 мм; б) 24 дм 5 см. 4. а) 163 м; б) 76 м. 5. а) Точка *C*; б) точка *A*; в) точка *C*. 6. а) 5 см; б) 3 дм; в) 1 см 4 мм; г) 7 см 5 мм; д) 1 дм 8 см. 7. 2044 см. 8. а) 126 см^2 ; б) $32,2 \text{ см}^2$; в) $21,56 \text{ см}^2$. 9. Игра. У всех фигур равные периметры. 11. 6 см, 7 см, 8 см. 13. 2 см, 3 см, 4 см, 5 см, 6 см, 7 см, 8 см, 9 см или 10 см. 15. а) И; б) И; в) Л; г) Л. 16. а) 2; б) 5; в) 9; г) 35. 17. а) 7 см^2 ; б) 2,5 см; в) 3,1 см. 18. а) 50 см; б) 9 см, 11 см, 13 см, 17 см. 19. 95 см и 37 см. 20. а) 14,5 см; б) 15 см. 21. 20 см. 22. 70 см. 23. 90 см. 24. 7 см. 25. 21 см и 84 см. 26. 52. 27. а) 6 см и 9 см; б) 2 см и 5 см. 28. 43,2 см, 34,2 см и 21,6 см. 29. 24 см, 16 см, 20 см. 30. 24 см, 18 см, 16 см. 31. 20 см, 16 см, 25 см.

§ 5. 6. а) И; б) И; в) Л. 7. $\angle AMB, \angle ANB, \angle AKB$. 10. а) 2; б) 6; в) 12. 11. 2450.

§ 6. 6. 72 см. 7. 78 см. 8. а) И; б) Л; в) И; г) Л. 9. $142,5 \text{ м}^3$; 10. а) 4 см; б) 7 см; 9 см. 12. а) 8 см; б) 5 см. 13. $21\frac{1}{3}$ см. 14. а) 0,5 м; б) $1,5 \text{ м}^2$. 15. 6 м. 16. 1470 см^3 . 17. а) 8; б) 64; в) 125. 18. 108. 19. 400 см^3 . 20. $54000 \text{ г} = 5,4 \text{ кг}$. 21. а) Площадь основания; в) объем куба; г) площадь полной поверхности куба. 22. 4 см и 7 см.

Упражнения и задачи для повторения

4. а) 27; б) 216. 5. а) 19 см; б) 2,4 см; в) 3,1. 6. 8,8 кг. 7. 25,6 см².
 8. 128 см². 9. 1 см и 24 см, 2 см и 12 см, 3 см и 8 см или 4 см и 6 см. 10. 87,9 м².
 12. 38 см, 46 см, 18 см. 13. 32 см, 10 см, 20 см, 42 см.
 14. 76 см, 48 см, 38 см, 19 см. 15. 130 см, 156 см, 156 см, 195 см.
 16. 82 см и 22 см. 17. а) 240 м; б) 270 м. 18. 64 см и 28 см. 20. 17 см, 18 см,
 19 см. 21. 49 см, 50 см, 51 см. 22. 42 см, 42 см, 36 см.

Глава 7

§ 1. 1. $AM = 7 \text{ см} = 70 \text{ мм} = 0,7 \text{ дм}$; $MB = 5 \text{ см} = 50 \text{ мм} = 0,5 \text{ дм}$;
 $AB = 12 \text{ см} = 120 \text{ мм} = 1,2 \text{ дм}$; $CM = 6 \text{ см} = 60 \text{ мм} = 0,6 \text{ дм}$;
 $MD = 4 \text{ см} = 40 \text{ мм} = 0,4 \text{ дм}$; $CD = 10 \text{ см} = 100 \text{ мм} = 1 \text{ дм}$.

а) $AM + MB = AB$; $CM + MD = CD$.

Обобщаем: Пусть XY – отрезок длиной a . Если точка $O \in XY$ и $XO = x$,
 а $OY = y$, то $x + y = a$.

б) $AN = 4 \text{ см}$; $NB = 8 \text{ см}$; $OC = 12 \text{ см}$; $OM = 6 \text{ см}$; $OD = 2 \text{ см}$.

2. а) $AB \approx 26 \text{ мм} \approx 3 \text{ см}$; $BC \approx 11 \text{ мм} \approx 1 \text{ см}$; $CD \approx 33 \text{ мм} \approx 3 \text{ см}$;
 $DE \approx 99 \text{ мм} \approx 10 \text{ см}$. б) $169 \text{ мм} \approx 17 \text{ см} \approx 2 \text{ дм}$.

3. а) $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$; $1 \text{ мм} = 0,1 \text{ см}$; $1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$; $1 \text{ см} = 0,1 \text{ дм}$; $1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$;
 $1 \text{ дм} = 0,1 \text{ м}$; б) $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$; $1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$; $1 \text{ дм} = 100 \text{ мм}$; $1 \text{ мм} = 0,01 \text{ дм}$;

в) $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$; $1 \text{ м} = 0,001 \text{ км}$; $1 \text{ м} = 1000 \text{ мм}$; $1 \text{ мм} = 0,001 \text{ м}$;

4. а) $1 \text{ км} = 1000 \text{ м} = 10000 \text{ дм} = 100000 \text{ см} = 1000000 \text{ мм}$;
 $0,001 \text{ км} = 1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см} = 1000 \text{ мм}$.

б) $1 \text{ мм} = 0,1 \text{ см} = 0,01 \text{ дм} = 0,001 \text{ м}$; $10 \text{ мм} = 1 \text{ см} = 0,1 \text{ дм} = 0,01 \text{ м}$;
 $100 \text{ мм} = 10 \text{ см} = 1 \text{ дм} = 0,1 \text{ м}$; $1000 \text{ мм} = 100 \text{ см} = 10 \text{ дм} = 1 \text{ м}$.

5. 4808 м (Монблан); 5642 м (Эльбрус); 5895 м (Кибо); 8850 м (Эверест).

6. 6695 км (Нил); 6516 км (Амазонка); 6019 км (Миссисипи); 4102 км (Енисей);
 3690 км (Волга); 2860 км (Дунай).

7.

Возраст	Средний рост	
	девочки	мальчики
при рождении	5 дм	52 см
6 лет	110 см	11,5 дм
12 лет	1,35 м	1400 мм
14 лет	1620 мм	16,3 дм

а) До 14 лет мальчики вырастают в среднем на
 $163 \text{ см} - 52 \text{ см} = 111 \text{ см}$.

Девочки вырастают в среднем на
 $162 \text{ см} - 50 \text{ см} = 112 \text{ см}$.

б) На $140 \text{ см} - 135 \text{ см} = 5 \text{ см}$.

9. $10\,000\text{ м} : 50\text{ м} = 200$ (столбов).

10. а) 0,12 м; 0,6 м; 1 м; 281,6 м; 80 м; б) 25 м; 7,5 м; 60 м.

11. а) $158\text{ см} = 15,8\text{ дм}$; $182\text{ мм} = 18,2\text{ см}$.

б) *Решение с пояснением:* 1) $100\text{ см} : 2 = 50\text{ см}$ – полупериметр прямоугольника; 2) $50\text{ см} - 33\text{ см} = 17\text{ см}$ – ширина прямоугольника.

Решение примером: $100\text{ см} : 2 - 33\text{ см} = 17\text{ см}$.

Решение уравнением: Пусть $x\text{ см}$ – ширина прямоугольника.

Тогда периметр прямоугольника записывается выражением $2(33 + x)\text{ см}$.

Получаем уравнение: $2(33 + x) = 100$.

в) 400 м.

12. *Решение с пояснением:*

1) $2(60\text{ м} + 45\text{ м}) = 210\text{ м}$ – периметр прямоугольника;

2) $210\text{ м} - 3\text{ м} = 207\text{ м}$ – длина забора;

3) $207\text{ м} : 1\text{ дм} = 2\,070\text{ дм} : 1\text{ дм} = 2\,070$ (досок) – требуется.

13. а) $16 \cdot 10\,000\,000\text{ см} = 160\,000\,000\text{ см} = 1\,600\text{ км}$;

б) $682\text{ км} : 10\,000\,000 = 68\,200\,000\text{ см} : 10\,000\,000 = 6,82\text{ см}$.

§2. 3. а) $1\text{ км}^2 = 1\,000\,000\text{ м}^2 = 100\,000\,000\text{ дм}^2$;

б) $0,000001\text{ км}^2 = 1\text{ м}^2 = 100\text{ мм}^2$; в) $0,01\text{ м}^2 = 1\text{ дм}^2 = 100\text{ см}^2$;

г) $0,0001\text{ м}^2 = 0,01\text{ дм}^2 = 1\text{ см}^2$.

4. Ватикан: $0,44\text{ км}^2$; Монако: $1,95\text{ км}^2$; Бельгия: $30\,510\text{ км}^2$;

Республика Молдова: $33\,843\text{ км}^2$; Румыния: $238\,391\text{ км}^2$;

Украина: $603\,700\text{ км}^2$. 5. „Ягорлык“: 836 га; „Прутул де Жос“: 1691 га; „Кодры“:

5177 га; „Плаюл Фагулуй“: 5642 га; „Пэдуря Домняскэ“: 6039 га.

7.

a	1 см	12 м	1,5 км	2 м	5 см	25 см	1 м	3 км	1,1 см
P_{\square}	4 см	48 м	6 км	8 м	2 дм	1 м	4 м	12 км	4,4 см
A_{\square}	1 см ²	144 м ²	2,25 км ²	4 м ²	25 см ²	625 см ²	1 м ²	9 км ²	1,21 см ²

L	5 см	1 м	0,5 дм	3 м	8 см	2 м	5 м
l	2 см	1 дм	3 см	2 м	7 см	5 дм	40 см
P_{\square}	14 см	22 дм	16 см	10 м	3 дм	5 м	10,8 м
A_{\square}	10 см ²	121 дм ²	15 см ²	6 м ²	56 см ²	1 м ²	2 м ²

8. *Решение с пояснением:* 1) $4 \cdot 2\text{ м} = 12\text{ м}$ – длина клумбы;

2) $12 \cdot 2 = 24\text{ (м}^2\text{)}$ – площадь клумбы; 3) $24 \cdot 3 = 72$ (куста) – посажено.

Решение примером: $4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 72$ (куста).

9. 3675 г. 10. а) 80 м; б) 8 столбов. 11. 6000 леев.

12. а) $P = 104$ см; $A = 429$ см²; б) $P = 88$ м; $A = 220$ м².

13. Решение уравнением: Пусть x – число трактористов.

Тогда $10x$ (га) – площадь, вспахиваемая ежедневно бригадой. $6 \cdot 10x$ (га) – площадь, вспаханная бригадой за 6 дней. Получаем уравнение: $6 \cdot 10x = 360$.

Ответ: 6 трактористов.

Решение с пояснением для дополнительного задания:

1) $2 \cdot 6 \cdot 10$ га = 120 га – площадь, вспаханная бригадой за 2 дня;

2) 360 га – 120 га = 240 га – осталось вспахать;

3) $(6 + 2) \cdot 10$ га = 80 га – ежедневная производительность укомплектованной бригады;

4) 240 га : 80 га = 3 (дня) – еще будет работать укомплектованная бригада;

5) $2 + 3 = 5$ (дней) – общее время работы.

14. Второй портной, так как использовал меньше ткани: $(8 \cdot 3) \text{ м}^2 > (11 \cdot 2) \text{ м}^2$.

15. 1 сажень $\approx 243,36$ см $\approx 2,4$ м; 1 верста ≈ 101680 см = 1016,8 м; 1 десятина $\approx 10124,8$ м² = 0,01 км²; 1 копна $\approx 1012,48$ м² = 0,001 км².

§ 3.

1. Ребро куба	6 см	8 дм	0,7 м = 7 дм	3 см	5 дм	0,2 м
Объем куба	216 см ³	512 дм ³	243 дм ³	27 см ³	125 дм ³	0,008 м ³

Длина основания кубоида	3 см	5 дм = 50 см	0,6 м = 6 дм	3 см	20 дм = 2 м	4 м
Ширина основания кубоида	2 см	5 см	4 дм	2 см	10 дм = 1 м	2 м
Высота кубоида	4 см	2,5 дм = 25 см	30 см = 3 дм	1 см	1 м	1,5 м
Объем кубоида	24 см ³	6 250 см ³	72 дм ³	6 см ³	2 м ³	12 м ³

2. а) 108 300 000 000 км³; б) 0,18 км³ и 0,6 км³; в) 0,002521 км³.

9. а) 64 см³;

б) Решение с пояснением: 1) 20 дм : 4 = 5 дм – длина ребра куба;

2) $V = 5^3 \text{ дм}^3 = 125 \text{ дм}^3$.

в) Решение с пояснением: 1) 36 см : 12 = 3 см – длина ребра куба;

2) $V = 3^3 \text{ см}^3 = 27 \text{ см}^3$. г) 8 дм³.

10. а) 40 см^3 ; **б)** 96 см^3 . **13. а) Решение:** 1) $V_{\text{коробки}} = 2^3 \text{ дм}^3 = 8 \text{ дм}^3$;
 2) $V_{\text{ящика}} = 1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3$; 3) $1000 : 8 = 25$ (коробок). **б)** 1 000 коробок.
в) Решение: 1) $V_{\text{ящика}} = (5 \cdot 20 \cdot 4,2) \text{ дм}^3 = 420 \text{ дм}^3$; 2) $420 : 8 = 50$, остаток 2 –
 вмещаются 50 коробок.

16. Решение с пояснением: 1) $12 \text{ ч} = 12 \cdot 60 \text{ мин} = 720 \text{ мин}$ – время, за кото-
 рое вытекала вода; 2) $720 \cdot 120 = 86\,400$ (капель) – всего вытекло;
 3) $86\,400 : 3\,600 = 24$ (л) – утечка.

17. Решение с пояснением: 1) $24 \text{ ч} : 6 \text{ ч} = 4$ (раза) – вытекло воды за время,
 четверо меньше 24 ч; 2) $30\,000 \text{ л} : 4 = 7\,500 \text{ л}$ – утечка.

Дополнительное задание: $7\,500 : 75 = 100 \text{ мин} = 1 \text{ ч } 40 \text{ мин}$.

§ 4. 3. 250 кг (гиппопотам); 500 кг (верблюд); 3 500 кг (носорог);
 60 000 кг (слон). **4. а)** $250 \text{ г} = 200 \text{ г} + 50 \text{ г}$; **б)** $1,5 \text{ кг} = 3 \cdot 500 \text{ г}$;

в) $0,6 \text{ кг} = 500 \text{ г} + 100 \text{ г}$; **г)** $183 \text{ г} = 100 \text{ г} + 50 \text{ г} + 3 \cdot 10 \text{ г} + 3 \cdot 1 \text{ г}$;

д) $92 \text{ г} = 50 \text{ г} + 4 \cdot 10 \text{ г} + 2 \cdot 1 \text{ г}$. **6. Решение с пояснением:** 1) $3,5 \text{ кг} + 1 \text{ кг} =$

$= 4,5 \text{ кг} = 4\,500 \text{ г}$ – общая масса печени и лука; 2) $\frac{1}{9}$ от $4\,500 \text{ г} = 500 \text{ г}$ – масса
 вареных яиц; 3) $4\,500 \text{ г} + 100 \text{ г} + 500 \text{ г} = 5\,000 \text{ г} = 5 \text{ кг}$ – масса паштета. **7.** Да.

Дополнительное задание: Пусть x – число мешков с сахаром, а y – число
 мешков с рисом. Тогда общая масса заказанных продуктов составит $30x + 20y$.
 За 2 рейса можно будет перевезти $2 \cdot 1,25 \text{ т} = 2,5 \text{ т} = 2\,500 \text{ кг}$. Получаем
 уравнение: $30x + 20y = 2\,500$. **9.** $4\,070 \text{ г} = 4,07 \text{ кг}$.

§ 5. 8. а) $A = \{6, 7, 13, 14, 20, 21, 27, 28\}$; **б)** $B = \{27, 31\}$; **в)** $C = \{6, 7, 13, 14,$
 $20, 21, 27, 28, 31\}$; **г)** $D = \{27\}$. **9.** $3 \cdot 2,5 \text{ ч} = 7,5 \text{ ч}$. **10.** Первый интервал длится
 с 10:00 до 13:00. Второй интервал длится с 15:00 до 21:00.

11.

Город	Кишинев	Москва	Лондон	Париж
Местное время	12:00	13:00	10:00	11:00
	11:00	12:00	09:00	10:00
	01:00	02:00	23:00	00:00

а) 1 ч 55 мин.; **б)** 08:25.

12. 90 мин = 1 ч 30 мин = 1,5 ч. **13.** 9 ч. **14. а)** 265 мин = 4 ч 25 мин;

б) 1 ч 30 мин = 1,5 ч.

§ 6. 7. Да. **8.** Да. **9.** 65 книг.

Упражнения и задачи для повторения

11. а) 18 000; 14 400; **б)** 360 000 л; **в)** 486 леев. **13.** На 60 ар; в 4 раза.

16. 2,8 м. **17.** 36 грошиков.

Содержание

Глава 1. Натуральные числа.	
Повторение и дополнение	
§ 1. Чтение и запись натуральных чисел	4
§ 2. Сравнение, упорядочивание и приближение натуральных чисел .	10
§ 3. Сложение и вычитание натуральных чисел	17
§ 4. Умножение натуральных чисел	22
§ 5. Возведение в степень	29
§ 6. Деление натуральных чисел	34
§ 7. Порядок выполнения действий	40
§ 8. Уравнения	41
<i>Задания для осмысления</i>	49
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ..	50
<i>Проверочная работа</i>	53
Глава 2. Элементы логики.	
Множества	
§ 1. Истинные высказывания, ложные высказывания	54
§ 2. Множества	58
<i>Задания для осмысления</i>	66
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ..	67
<i>Проверочная работа</i>	69
Глава 3. Делимость	
§ 1. Делитель. Кратное	70
§ 2. Признаки делимости	75
<i>Задания для осмысления</i>	81
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ..	82
<i>Проверочная работа</i>	85
Глава 4. Обыкновенные дроби	
§ 1. Понятие дроби	86
§ 2. Сравнение дробей	94
§ 3. Сложение дробей	104
§ 4. Вычитание дробей	108
§ 5. Нахождение дроби от числа	112
§ 6. Нахождение числа по данной его дроби (дополнительно)	115
<i>Задания для осмысления</i>	117
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ...	118
<i>Проверочная работа</i>	120
Глава 5. Десятичные числа	
§ 1. Понятие десятичного числа	121
§ 2. Сравнение десятичных чисел	128
§ 3. Округление десятичных чисел	133
§ 4. Сложение и вычитание десятичных чисел	137
§ 5. Умножение, деление и возведение в степень десятичных чисел	142
§ 6. Отношения	152
<i>Задания для осмысления</i>	158
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ...	159
<i>Проверочная работа</i>	161
Глава 6. Элементы геометрии	
§ 1. Точка и прямая	162
§ 2. Углы	167
§ 3. Взаимное расположение двух прямых	171
§ 4. Треугольники и четырехугольники. Площадь фигуры	174
§ 5. Окружность	181
§ 6. Геометрические тела	183
<i>Задания для осмысления</i>	189
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ...	190
<i>Проверочная работа</i>	193
Глава 7. Единицы измерения	
§ 1. Единицы измерения длины	194
§ 2. Единицы измерения площади	198
§ 3. Единицы измерения объема	202
§ 4. Единицы измерения массы	207
§ 5. Единицы измерения времени	210
§ 6. Денежные единицы	214
<i>Задания для осмысления</i>	216
<i>Упражнения и задачи для повторения</i> ...	217
<i>Проверочная работа</i>	221
Ответы	222

Математика

Учебник

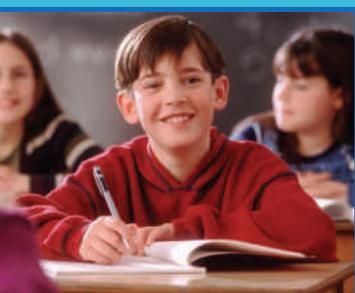
5
КЛАСС

Издательство Prut предлагает
для V класса серию книг по математике:

Учебник

Сборник задач и упражнений

Пособие для учителей



ISBN 978-9975-54-219-7



9 789975 542197